Messung des Verlustwinkels von Elektrolytkondensatoren bei Hochfrequenz

INAUGURAL-DISSERTATION

zur Erlangung der Doktorwürde

genehmigt von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

von

Erich von Kilinski

aus Potsdam

Tag der mündlichen Prüfung: 2. Februar 1938

Tag der Promotion: 20. Mai 1938

N 14

Referenten: Professor Dr. Fassbender

Professor Dr. Wehnelt.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Die vorliegende Arbeit wurde am Institut für Schwingungsforschung an der Technischen Hochschule in Berlin ausgeführt. Es sei mir gestattet, Herrn Professor Dr. F a s s b e n d e r und Herrn Professor Dr. W e h n e l t für ihr förderndes Interesse meinen Dank auszusprechen. Ferner danke ich Herrn Dipl.-Ing. E b e r h a r d t für mir erteilte Ratschläge beim Entwurf der Meßanordnung.

Inhaltsverzeichnis

Seite

Einleitung 1

Teil I: Messung der Verluste handelsüblicher Elektrolytkondensatoren im Bereich 10^5... 10^7 Hz und bei 500 Hz 3

§ 1. Das Paulische Verfahren 3
§ 2. Die Meßanordnung 4
§ 3. Ausführung der Messungen 11
§ 4. Die Ergebnisse 12

Teil II: Messungen an einem in dieser Arbeit entwickelten Elektrolytkondensator kleiner Kapazität . 25

§ 1. Herstellung und Eigenschaften des Kondensators 25
§ 2. Messung der Kapazität, des Verlustwiderstandes und damit des Verlustwinkels bei Hochfrequenz 29

Teil III: Theoretische Untersuchungen über die Frequenzabhängigkeit von Kapazität und Verlustwiderstand der Elektrolytkondensatoren bei Hochfrequenz 34

§ 1. Der Grundgedanke 34
§ 2. Durchführung der Rechnungen 37
§ 3. Ergebnisse und Vergleich mit der Erfahrung 39

Literaturverzeichnis 43

Einleitung

Über Messungen an Elektrolytkondensatoren bei Hochfrequenz ist bisher noch nichts bekannt geworden; es gibt aber verschiedene Veröffentlichungen, die sich mit dem Frequenzgang von Kapazität, Verlustwiderstand und Verlustfaktor bei Niederfrequenz beschäftigen. Dabei bewegen sich die Untersuchungen in dem Frequenzbereich 50 Hz bis 2000 Hz. Es seien hier erwähnt die Arbeiten von H. O. Siegmund (1), von A. Güntherschulze und H. Betz (2) und von L. Linder (3). Die erste handelt von Flüssigkeitskondensatoren, während die übrigen von Messungen an Trockenkondensatoren berichten. Es zeigt sich, daß Kapazität und Verlustwiderstand in dem genannten Bereich mit zunehmender Frequenz kleiner werden. Dabei ist es notwendig zu sagen, daß der Verlustwiderstand als Reihenwiderstand gedacht ist.

Es sei hier gleich die Vereinbarung getroffen, daß, wenn im Verlauf der Arbeit vom Verlustwiderstand die Rede ist, immer ein Reihenwiderstand gemeint sein soll. Das bedeutet also, daß der verlustbehaftete Elektrolytkondensator nachgebildet wird durch eine verlustlose Kapazität C mit einem in Reihe liegenden Ohmschen Widerstand R, der als Verlustwiderstand bezeichnet wird (Abb. 1).

Dabei ist es völlig belanglos, ob der innere Aufbau des betreffenden Kondensators an sich schon durch das Ersatzschaltbild (Abb. 1) wiedergegeben wird, oder ob man es im Grunde mit einer komplizierten Schaltung, die aus mehreren Ohmschen Widerständen und Kapazitäten besteht, zu tun hat. Allerdings ist im letzten Falle damit zu rechnen, daß R und C sich mit der Frequenz ändern. Man muß aber, wenn ein Frequenzgang experimentell bei einem verlustbehafteten Kondensator festgestellt wird, vorsichtig mit Rückschlüssen auf den inneren Aufbau sein, da man z.B. auch bei einer Kapazität, die in Reihe liegt mit einem Ohmschen Widerstand, eine Frequenzabhängigkeit des Verlustwiderstandes feststellen wird, wenn der Ohmsche Widerstand einen merklichen Skineffekt aufweist.

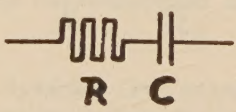


Abb. 1.

Soviel sei über die Definition der Kapazität und des Verlustwiderstandes, wie sie auf unsere Elektrolytkondensatoren Anwendung finden soll, gesagt. Zur Verlustzahl tg δ gelangt man durch Bildung des Quotienten aus dem Wirkwiderstand R und dem Blindwiderstand $\frac{1}{\omega C}$, wobei ω die Kreisfrequenz ist. δ ist der Verlustwinkel; er ergänzt den Phasenwinkel zu 90°. Wir erhalten also

$$\text{tg } \delta = R C \omega .$$

Es ist die Aufgabe der vorliegenden Arbeit, die Verlustzahl tg δ der Elektrolytkondensatoren als Funktion der Frequenz f bei Hochfrequenz zu ermitteln. Im ersten Teil wird über Messungen des Verlustwiderstandes R, die nach dem Paulischen Verfahren an einer Reihe von handelsüblichen Kondensatoren verschiedener Firmen im Bereich $10^5 \ldots 10^7$ Hz angestellt wurden, berichtet. Die Hochfrequenzkapazität konnte dabei wegen der Größe der Kondensatoren, bei den kleinsten war schon eine Kapazität von 10 μF angegeben, nicht bestimmt werden. Es wurden aber C und R nach einem Brückenverfahren bei 500 Hz gemessen. Mit Hilfe dieses C und des bei Hochfrequenz gemessenen R(f) läßt sich die Größe des Verlustwinkels tg δ bei Hochfrequenz übersehen. Die Kenntnis des R(f) ist deshalb, abgesehen von dem physikalischen Interesse, technisch wichtig, weil es doch naheliegt, die Elektrolytkondensatoren wegen ihrer großen Kapazität zur Herstellung eines Hochfrequenzkurzschlusses zu benutzen. Dabei spielt natürlich die Größe des Verlustwiderstandes eine entscheidende Rolle. Sonst werden die Kondensatoren hauptsächlich zur Glättung von Gleichspannungen benutzt.

Der zweite Teil handelt von einem Elektrolytkondensator kleiner Kapazität, der im Verlauf dieser Arbeit entwickelt wurde und sich sehr gut für Untersuchungen bei Hochfrequenz eignet. C betrug nur 1200 pF (1 pF = 10^{-12} F) bei 10^5 Hz und tg δ erwies sich als überraschend klein. Daher war es möglich, aus dem Kondensator und einer geeigneten Spule einen Resonanzkreis für Hochfrequenz herzustellen, was bei den käuflichen Kondensatoren mit ihren großen, nicht unter 1 μF liegenden Kapazitäten und großen Verlustzahlen natürlich nicht zu erreichen war. So konnte diesmal neben R(f) auch C(f) bei Hochfrequenz ermittelt werden und damit auch die Verlustzahl tg δ.

Der dritte Teil enthält theoretische Untersuchungen. Auf Grund einfacher Annahmen über den inneren Aufbau des Kondensators, namentlich der Aluminiumoxydschicht +), gelang es, Formeln herzuleiten, die mit Hilfe von je drei experimentell zu bestimmenden Konstanten die Kapazität, den Verlustwiderstand und damit auch den Verlustfaktor als Funktion der Frequenz darstellen. Die so gefundenen Gesetze werden dann mit der Erfahrung verglichen.

Teil I:

Messung der Verluste handelsüblicher Elektrolytkondensatoren im Bereich 10^5... 10^7 Hz und bei 500 Hz

§ 1. Das Paulische Verfahren

Die Messungen bei Hochfrequenz wurden nach einem von Pauli (4) angegebenen Verfahren ausgeführt, das in Abb. 2 dargestellt ist.

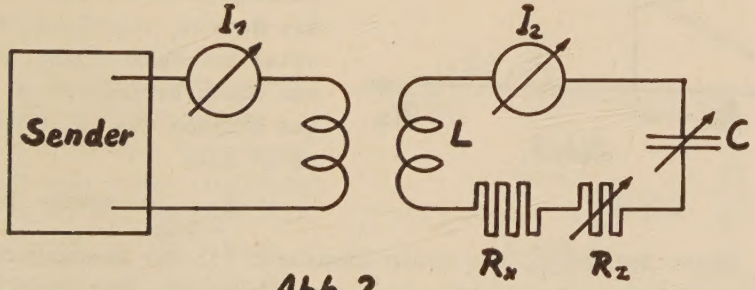


Abb. 2.

In R_x denken wir uns den gesamten Verlustwiderstand des Kreises lokalisiert, er enthält also auch die Ohmschen Komponenten der Spule L, des Kondensators C und des Strommessers J_2. R_z sei ein Zusatzwiderstand, der sich zu R_x in Stufen zuschalten läßt. Zur Messung von R_x stellt man am Sender die gewünschte

+) Bei Elektrolytkondensatoren wird das Dielektrikum von einer außerordentlich dünnen Aluminiumoxydschicht gebildet, die auf der aus Aluminium bestehenden Anode sitzt. Die Anode einerseits und der Elektrolyt mit der Kathode andererseits stellen die beiden Belegungen dar.

Frequenz ein, die sich nicht ändern darf, wenn der Schwingkreis angekoppelt wird; sie muß während der ganzen Messung konstant sein. Dann bringt man den Meßkreis auf Resonanz, indem man durch Verändern von C das Minimum des Quotienten J_1/J_2 einstellt.

Sodann schaltet man in Stufen R_z hinzu, stellt jedesmal fest, ob der neue Quotient J_1/J_2 wieder minimal ist und stimmt, falls es nicht der Fall ist, nach. Es gilt dann der Zusammenhang

$$(J_1/J_2)_{Min} = \text{const.} \cdot (R_x + R_z)$$

J_1/J_2 als Funktion von R_z aufgetragen gibt also eine Gerade, die die R_z- Achse im Punkte $-R_x$ schneidet (Abb. 3).

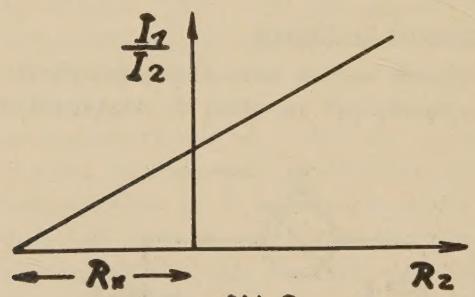


Abb. 3.

Ist die Kopplung zwischen Meßkreis und Sender genügend lose, so daß keine Rückwirkungen auf den Sender eintreten, J_1 also konstant bleibt, so vereinfacht sich die Messung erheblich, da man jetzt Resonanz erhält, wenn man durch Verändern von C das Maximum von J_2 einstellt. Jetzt gilt

$$\frac{1}{J_{2\,max}} = \text{const.} \cdot (R_x + R_z)$$

Diese Beziehung, die schon Lindemann (5) zur Messung von Verlustwiderständen benutzt hat, kann man direkt aus dem Ohmschen Gesetz für Wechselstrom entnehmen, wenn man sich, was im Falle loser Kopplung erlaubt ist, den Sender durch einen Generator konstanter Spannung im Meßkreis ersetzt denkt.

§ 2. Die Meßanordnung

Zur Erzeugung der Hochfrequenz diente eine Röhre RS 241 in einfacher Sendeschaltung (Abb. 4). Es wurde ein Satz auswechselbarer Spulen hergestellt und für jede der Abstimmkondensator besonders geeicht. So konnte ein Bereich von 10^5 ... $1{,}9 \cdot 10^7$ Hz überstrichen werden. Auf jedem Spulenzylinder befanden sich neben den Windungen des Anodenschwingkreises gleichzeitig die entspre-

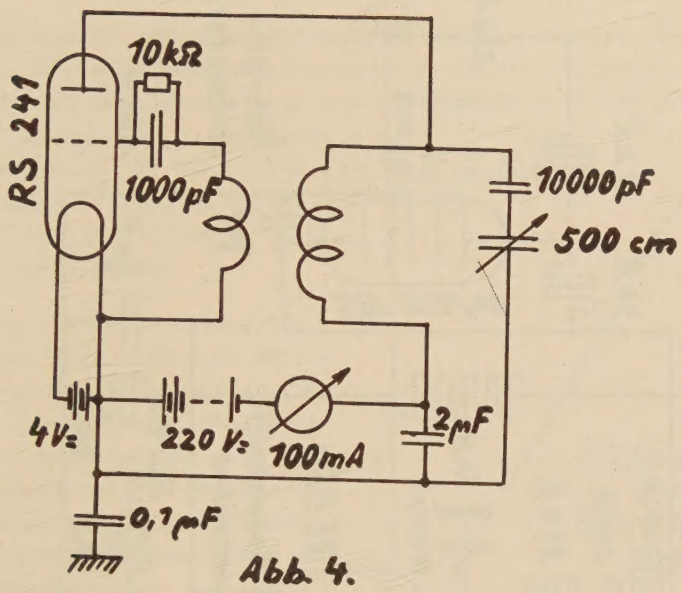


Abb. 4.

chenden Rückkopplungswindungen.

Um den Schwingstrom des Senders hinsichtlich seiner Konstanz beobachten zu können, wurde ein Diodenvoltmeter mit einer Gleichrichterröhre KB 2 nach nebenstehender Schaltung (Abb. 5) hergestellt und mit seiner Hilfe die Hochfrequenzspannung an der Spule des Anodenschwingkreises gemessen. Das Instrument war ein Milliamperemeter der Firma Neuberger mit einem Meßbereich von 0 bis 0,1 mA.

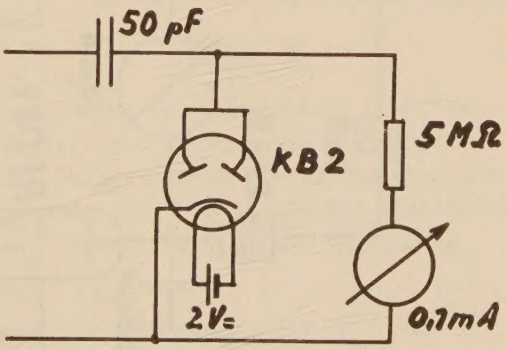


Abb. 5.

Die Ermittlung des Hochfrequenzstromes im Meßkreis geschah ebenfalls über eine Spannungsmessung, wozu ein Röhrenvoltmeter nach der in Abb. 6 dargestellten Schaltung gebaut wurde. Als Vorbild diente dabei das Siemenssche Röhrenvoltmeter (6). Wie aus

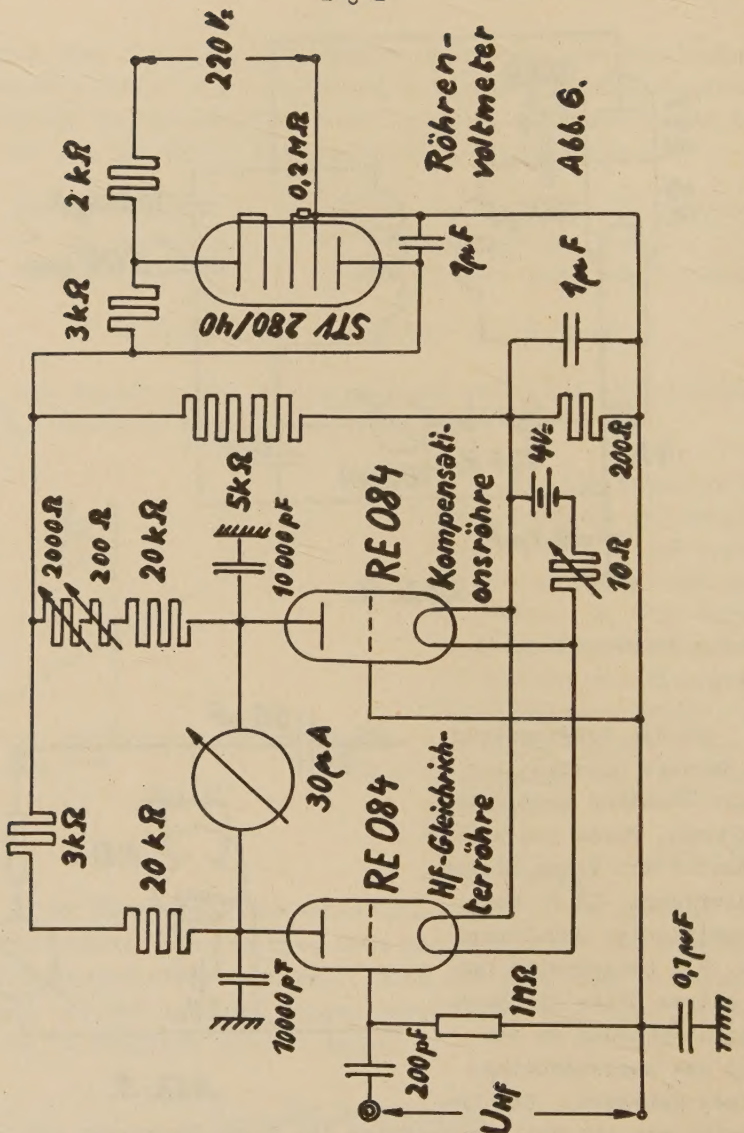


Abb. 6 ersichtlich, handelt es sich um ein Röhrenvoltmeter mit Ruhestromkompensation mittels einer zweiten Röhre und zweimal stabilisierter Anoden- und Gittervorspannung. Der Stabilisator befand sich dabei in "Reflexschaltung" (7). Abgesehen vom Mikroamperemeter, das ein Z-Instrument der Firma Siemens & Halske mit dem Meßbereich 0 bis 30 μA war, befanden sich alle Teile des

Röhrenvoltmeters zwecks Abschirmung in einem geerdeten Aluminiumgehäuse. Die Gleichspannungszuführungen waren verblockt. Um festzustellen, ob der Ausschlag α des Instruments wirklich proportional dem Quadrat der zu messenden Wechselspannung U war, wurde eine Eichung bei 50 Hz vorgenommen. In Abb. 7 ist $U = f(\sqrt{\alpha})$ aufgetragen.

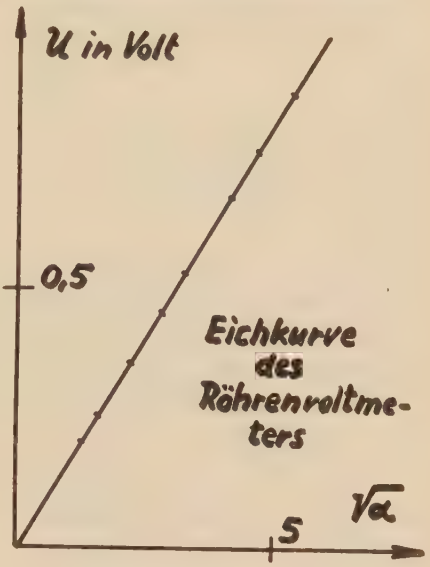


Abb. 7.

Bei der Beschreibung des Meßkreises soll noch eine Bemerkung vorausgeschickt werden. Das in § 1 beschriebene Paulische Verfahren arbeitet wie alle bekannten Methoden zur Messung des Verlustwinkels bei Hochfrequenz mit Resonanz, wenn wir dabei von Brückenverfahren mit den ihnen eigentümlichen Schwierigkeiten absehen. Die großen Kapazitäten der Elektrolytkondensatoren, die eigentlich neben dem relativ geringen Herstellungspreis und ihrer geringen räumlichen Größe der Grund für ihre Verwendung sind, erweisen sich im Hinblick auf die Verlustwinkelmessung als großer Nachteil. Es ist unmöglich, die Hochfrequenzkapazität im Resonanzkreis zu bestimmen, es gelingt aber, mit dem Paulischen Verfahren den Verlustwiderstand zu messen. Dabei ist folgende Überlegung wichtig.

Ein verlustloser Kondensator mit der Kapazität C_1 möge in Reihe liegen mit einem Elektrolytkondensator, dessen Kapazität C_2 sei. Dann ergibt sich für den komplexen Widerstand des ersten Kondensators

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{1}{j\,\omega\,C_1} \qquad j = \sqrt{-1}$$

Der Widerstand des Elektrolytkondensators läßt sich darstellen in der Form:

$$\mathfrak{R}_2 = R_{(\omega)} + \frac{1}{j\,\omega\,C_{2(\omega)}},$$

wenn man eine etwa vorhandene Selbstinduktion vernachlässigt.

$R(\omega)$ und $C_2(\omega)$, die sich mit der Frequenz ändern können, sind dann Verlustwiderstand und Kapazität des Elektrolytkondensators. Für den Gesamtwiderstand ergibt sich:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 = \frac{1}{j\omega C_1} + R(\omega) + \frac{1}{j\omega C_{2(\omega)}}$$

$$= R(\omega) + \frac{1}{j\omega} \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2(\omega)}} \right)$$

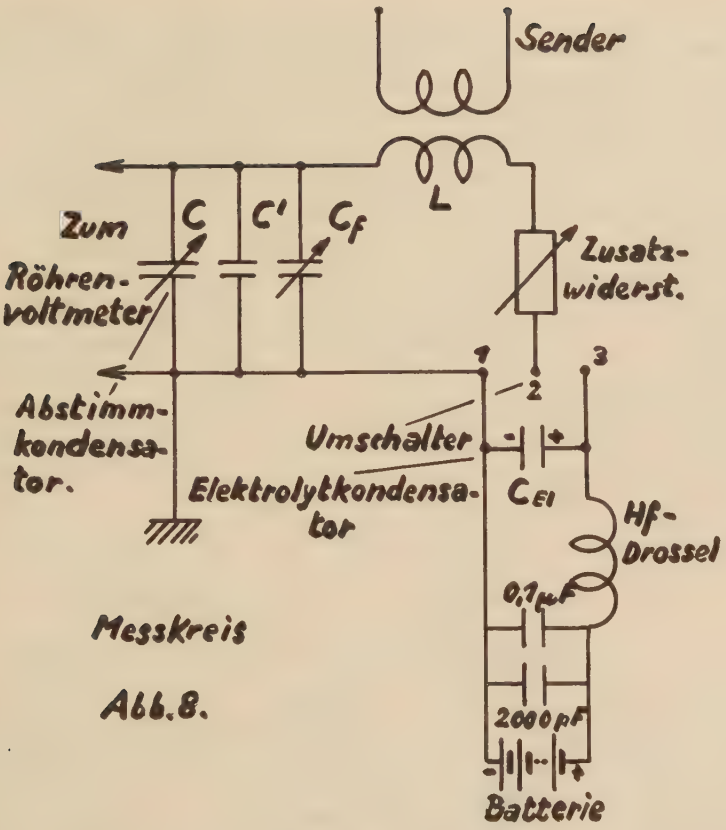
Es möge sein $C_1 = 1000$ pF und $C_2 \geqq 10$ μF. Dann darf man $1/C_2$ gegen $1/C_1$ vernachlässigen und erhält

$$\mathcal{R} = R(\omega) + \frac{1}{j\omega C_1}$$

Wird also zu einem gewöhnlichen Drehkondensator mit der maximalen Kapazität von 1000 cm ein Elektrolytkondensator in Reihe gelegt, so bedeutet das praktisch wegen der großen Kapazität der handelsüblichen Elektrolytkondensatoren, daß nur der unbekannte Verlustwiderstand R des Elektrolytkondensators zu dem Drehkondensator in Reihe gelegt wird; eine Kapazitätsänderung tritt nicht ein.

Auf Grund des eben geschilderten Sachverhaltes wurde die in Abb. 8 dargestellte Schaltung entworfen und der Meßkreis danach gebaut.

Zunächst mögen Punkt 1 und 2 kurzgeschlossen sein. Dann liegt ein Schwingkreis vor, bestehend aus der Selbstinduktion L, die gleichzeitig zur Koppelung des Meßkreises an den Sender diente, dem Abstimmkondensator C, der ein Luftdrehkondensator mit der maximalen Kapazität 1000 cm war, den Zusatzwiderständen und der Umschaltvorrichtung. Parallel zu C lag ein kleiner Drehkondensator C_f von 50 pF zwecks Feineinstellung, außerdem konnten noch verlustarme Heschoblocks von 500, 1000, 2000, 5000 pF zu C parallel gelegt werden, um in jedem Frequenzgebiet ein vernünftiges L - C - Verhältnis zu haben. Für L wurden je nach Frequenz und Größe des zu messenden Widerstandes verschiedene Spulen benutzt, die sich nicht nur in der Anzahl der Windungen, sondern auch in der Drahtstärke unterschieden, die zwischen 0,3 und 1 mm Durchmesser schwankte; denn von der Größe des Wirkwiderstandes des Kreises hängt die Empfindlichkeit der ganzen Meßanordnung ab. Die Zusatzwiderstände waren in der Weise ausgeführt, daß von vier auf einer isolierenden Unterlage befestigten Messingklötzen immer zwei, die mit dem betreffenden Widerstandsdraht fest verbun-



Messkreis

Abb. 8.

den waren, mittels einer Messingschraube mit großem Kopf kurzgeschlossen werden konnten. Bei Aufhebung dieses Kurzschlusses durch Lockern der Schraube war der betreffende Widerstand eingeschaltet. Der benutzte Widerstandsdraht hatte einen Durchmesser von 0,07 mm und bestand aus Manganin. Die Länge schwankte zwischen rd. 3 und 4 mm. Der Widerstandsdraht war darum so dünn gewählt, weil das Auftreten eines merklichen Skineffektes verhindert werden sollte. Die Widerstandserhöhung infolge dieses Effektes wurde bei 10^7 Hz nach Formeln von Kruse und Zinke (8) zu noch nicht 0,035 % des Gleichstromwiderstandes berechnet. Die Widerstände durften also ohne Bedenken mit Gleichstrom geeicht werden. Es ergab sich

R_1 = 0,525 Ohm
R_2 = 0,555 Ohm
R_3 = 1,015 Ohm.

Die Vorrichtung zum Aus- und Einschalten des Elektrolytkondensators C_{El} entsprach völlig der für die Widerstände. Mit anderen Vorrichtungen wurden wegen großer Übergangswiderstände und großer Kapazitäten schlechte Erfahrungen gemacht. Denken wir uns jetzt den Kurzschluß bei 1 und 2 aufgehoben und dafür 2 und 3 kurzgeschlossen, so bedeutet das nach früheren Überlegungen nur eine Vermehrung des Verlustwiderstandes unseres Meßkreises um den Verlustwiderstand des Elektrolytkondensators. Letzterer lag während der ganzen Messung sowohl im abgeschalteten als auch im eingeschalteten Zustand an einer entsprechenden Gleichspannung. Mittels einer oder mehrerer geeigneter Drosseln wurde die Hochfrequenz daran gehindert, über die Batterie abzufließen. Die zu der Batterie parallel liegenden Kondensatoren hatten die Aufgabe, die möglicherweise von ihr aufgefangene Hochfrequenz nach Erde abzuleiten, denn die Batterie befand sich neben der Spule als einziger

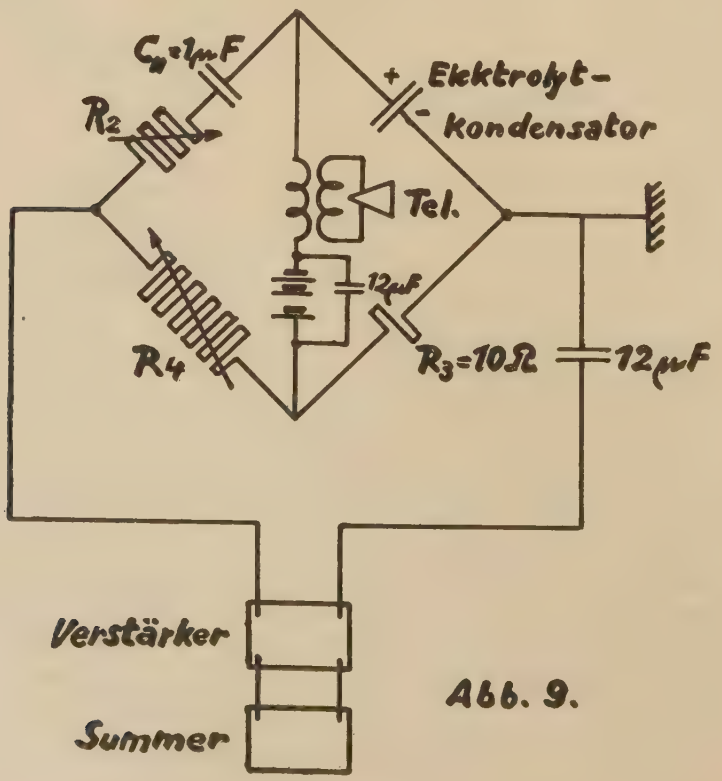


Abb. 9.

Teil außerhalb des aus 3 mm starkem Aluminium bestehenden Abschirmkastens. Letzterer war mit Hilfe von Aluminiumwänden in vier teils neben-, teils übereinanderliegende Fächer geteilt. Im ersten befanden sich die Abstimmkondensatoren, im zweiten die Zusatzwiderstände, im dritten der Elektrolytkondensator und die Umschaltvorrichtung, den Elektrolytkondensator umgab noch eine besondere Aluminiumhülle, und im vierten die Drosseln.

Die mit dem Röhrenvoltmeter gemessene Spannung wurde nicht wie üblich an der Spule, sondern am geerdeten Abstimmkondensator abgenommen. Das erwies sich als zweckmäßig.

Bei dieser Gelegenheit sei gleich kurz die zur Messung von C und R bei 500 Hz benutzte Brücke erwähnt, die nach folgender Schaltung (Abb. 9) gebaut wurde.

Es sei auf Einzelheiten nicht eingegangen, da über Messungen an Elektrolytkondensatoren bei Niederfrequenz mit ähnlichen Brückenanordnungen bereits Veröffentlichungen vorliegen.

§ 3. Ausführung der Messungen

Zunächst wurden die Elektrolytkondensatoren an verschiedenen Tagen für mehrere Stunden an die der vorgeschriebenen Betriebsspannung entsprechende Gleichspannung gelegt. Dann wurden provisorische Messungen vorgenommen. Vor Ausführung der endgültigen Messungen lagen die Kondensatoren rd. 15 Stunden und mehr an Gleichspannung. Sie waren also in jedem Falle gut durchformiert. Für die Dauer der Messung des Verlustwiderstandes wurde die Gleichspannung so gewählt, daß sie vermehrt um die Amplitude der Wechselspannung die Betriebsspannung nicht überschritt, aber möglichst auch nicht merklich unterschritt. Die Kopplung zwischen Sender und Meßkreis war stets extrem lose; es konnten niemals bei Ankopplung oder bei Vornahme von Veränderungen im Meßkreis Rückwirkungen auf den Sender mit dem Diodenvoltmeter festgestellt werden. Für die Messung des Verlustwiderstandes bei einer bestimmten Frequenz wurde die Pauli-Gerade $1/J = \text{const.} \cdot (R_x + R_z)$ aufgenommen, und zwar einmal mit abgeschaltetem und dann mit eingeschaltetem Elektrolytkondensator. Die Differenz der so ermittelten Widerstände ergab den gesuchten Verlustwiderstand. Dabei wurde die Kopplung nicht geändert, so daß die beiden Geraden parallel sein

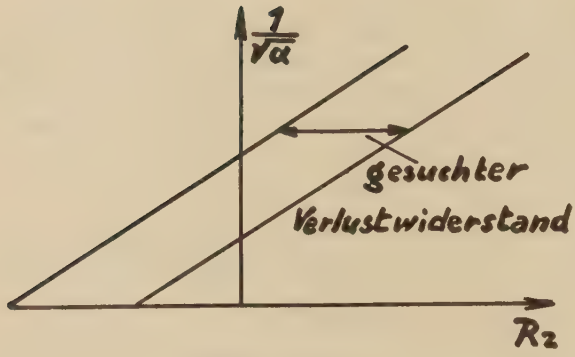


Abb. 10.

mußten. An Stelle von $1/J$ konnte direkt $1/\sqrt{\alpha}$ als Funktion von R_z aufgetragen werden, wobei α den Ausschlag des Röhrenvoltmeters bedeutet (Abb. 10).

Mit den Messungen wurde zunächst bei 100 kHz begonnen und dann zu höheren Frequenzen übergegangen. Sodann wurde der Frequenzbereich wieder rückwärts durchgegangen bis zu einer Frequenz von 100 kHz. Dies geschah, um sicher zu sein, daß der zwischen R und f aufgenommene Zusammenhang nicht zeitlich bedingt war. Man könnte doch z.B. an eine Änderung des Verlustwiderstandes mit der Zeit infolge Änderung der Temperatur denken.

§ 4. Die Ergebnisse

In der angegebenen Weise wurden in dem Frequenzbereich 10^5 ... 10^7 Hz, zum Teil bis $1{,}1 \cdot 10^7$ Hz Verlustwiderstände an Trockenelektrolytkondensatoren folgender Firmen gemessen:

Richard Jahre, Spezialfabrik für Kondensatoren,
Siemens & Halske,
Frako Kondensatoren und Apparatebau,
NSF Nürnberger Schraubenfabrik und Façondreherei,
Hydrawerk,
SAF Süddeutsche Apparatefabrik Nürnberg.

Die auf den Kondensatoren angegebenen Kapazitäten lagen zwischen 10 und 250 μF und die angegebenen Betriebsspannungen zwischen 8 und 250 V = . Die Anzahl der Kondensatoren betrug 10.

Die gewonnenen Ergebnisse sind in den Abb. 11 bis 20 dargestellt. Es wurde für jeden Kondensator nicht nur der Verlustwiderstand R als Funktion der Frequenz f aufgetragen, sondern

auch im ganzen Frequenzgebiet der Verlustwiderstand mit dem kapazitativen Blindwiderstand verglichen, wobei für C der von dem angegebenen Kapazitätswert oft nicht unwesentlich abweichende bei 500 Hz gemessene Wert zugrunde gelegt wurde. Der Vergleich geschah durch Bildung des Quotienten

$$Q = \frac{R(f)}{\frac{1}{2\pi f \cdot C_{500\,Hz}}} = 2\pi \cdot C_{500\,Hz} \cdot R(f) \cdot f,$$

der, wenn man C als frequenzunabhängig ansehen könnte, mit der Verlustzahl tg δ übereinstimmen würde. Es ist anzunehmen, daß die Hochfrequenzkapazität unter dem bei Niederfrequenz gemessenen Wert liegt. Jedoch dürfte darüber kein Zweifel bestehen, daß tg δ und Q in der Größenordnung übereinstimmen.

Bei allen Kurven wurde für f der lineare Maßstab gewählt. Dadurch schrumpft das hier nicht weiter interessierende Niederfrequenzgebiet nahezu auf einen Punkt zusammen.

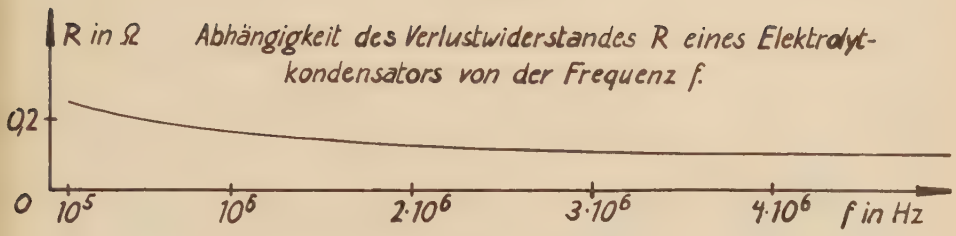
Trotz der verschiedenen Beschaffenheit der Kondensatoren zeigt sich doch überall das gleiche Bild. Der Verlustwiderstand R(f) nimmt mit zunehmender Frequenz ab, und zwar werden, wenn man von 10^5 Hz in gleichen Frequenzschritten $|\Delta f|$ zu höheren Frequenzen aufsteigt, die zugehörigen $|\Delta R|$ immer kleiner, bis die Kurven in der Gegend von 10^7 Hz vollständig oder doch nahezu parallel zur f - Achse verlaufen. Die Größe des Gefälles wie überhaupt die numerischen Werte sind bei den einzelnen Kondensatoren verschieden und durch die Kapazität, die Formierungsspannung, die Bauart, die Art des Elektrolyten usw. bedingt. Der bei Niederfrequenz gemessene Verlustwiderstand liegt über den bei Hochfrequenz gemessenen Werten.

Bei dem Quotienten Q zeigt sich im allgemeinen ein Ansteigen mit zunehmenden Frequenzen. Vorübergehend kann aber auch eine Abnahme stattfinden. Daß Q, wenn R(f) sich einer Parallele zur f - Achse nähert, gegen eine Gerade mit durch den Nullpunkt gehender Verlängerung konvergieren muß, leuchtet ein. Q erreicht sehr große Werte. In einzelnen Fällen wird sogar die Zahl 1000 überschritten. Man erkennt also, daß die Verlustzahlen der Elektrolytkondensatoren bei Hochfrequenz außerordentlich hoch sind. Auf eine genaue Diskussion und Erklärung der Kurven sei hier verzichtet, da in Teil III eine Theorie gegeben wird.

In der nachstehenden Tabelle sind die Niederfrequenzdaten der eben besprochenen und einiger weiterer Kondensatoren zusammengestellt. Die Ergebnisse bewegen sich vollständig im Rahmen bereits bekannt gewordener Messungen.

Frequenz f = 500 Hz

C Kapazität angegebene µF	V = Betriebsspannung V	C Kapazität gemessen µF	R Verlustwiderstand Ohm	tg δ Verlustzahl	Meßergebnisse bei Hochfrequenz siehe Abb.
150	25	180	0,39	0,219	11
10	18	16,8	4,475	0,235	12
250	8	177	0,62	0,345	13
20	20	17,4	5,80	0,304	14
60	25	63,3	1,14	0,226	15
8	250	8,9	2,25	0,063	16
25	35	27,4	1,42	0,122	17
10	30	16,7	12,6	0,658	18
50	25	52	1,14	0,185	19
10	50	11,1	3,61	0,127	20
15	20	26,7	5,80	0,518	
10	25	11,9	3,90	0,145	
10	25	13,8	4,58	0,197	
300	10	270	0,52	0,44	
100	25	108	2,64	0,895	
60	60	81	0,41	0,138	
20	80	23,3	1,12	0,082	



Abhängigkeit des Verlustwiderstandes R eines Elektrolyt-kondensators von der Frequenz f.

Kapazität : 150 µF
Betriebsspannung : 25 V=

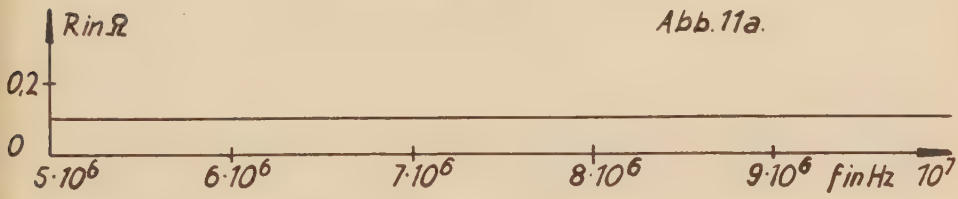


Abb. 11a.

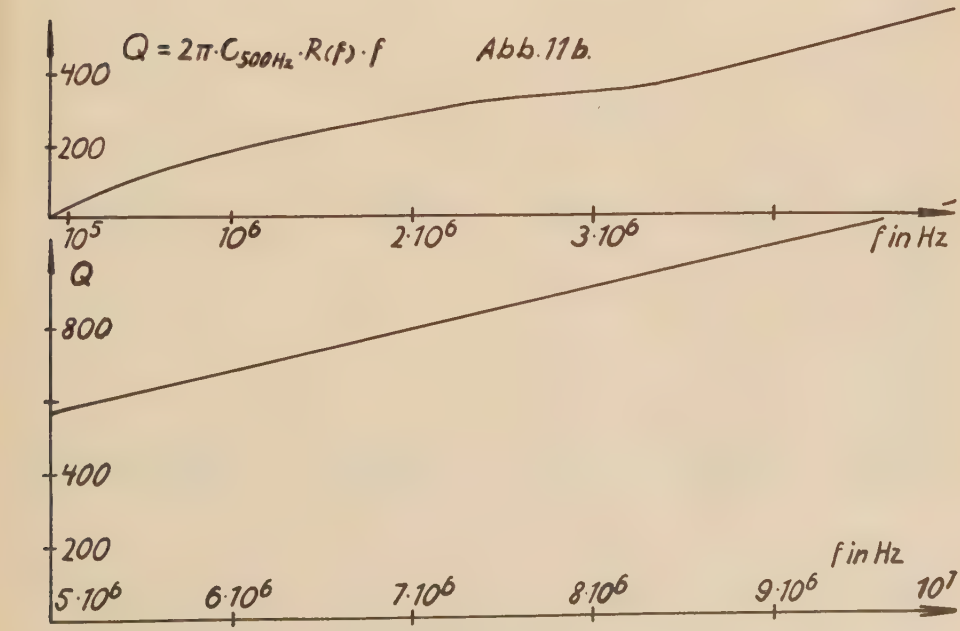


Abb. 11b.

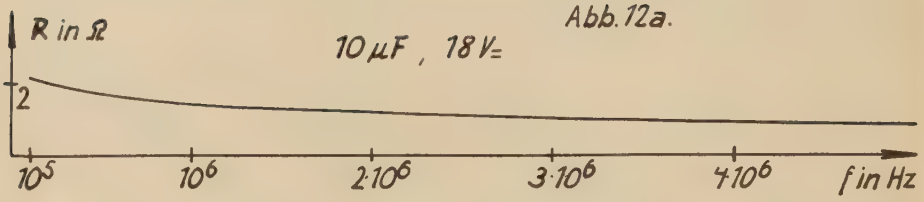
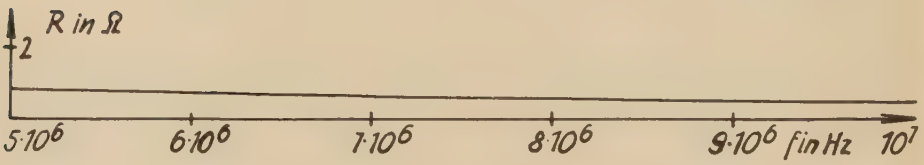


Abb. 12a.



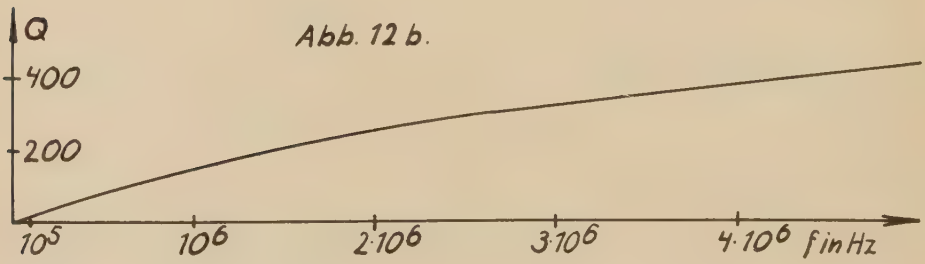


Abb. 12 b.

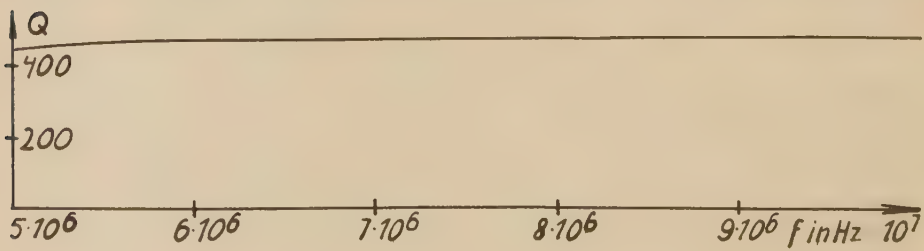
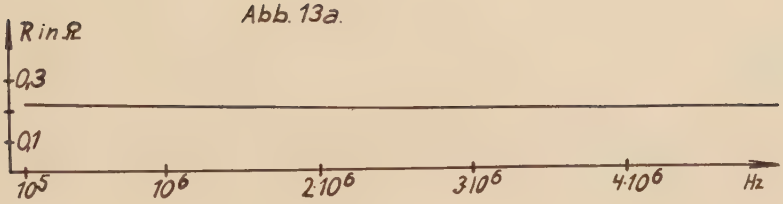


Abb. 13a.



250 µF , 8 V=

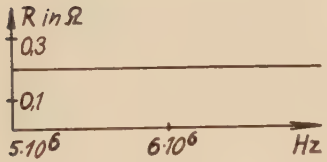


Abb. 13b.

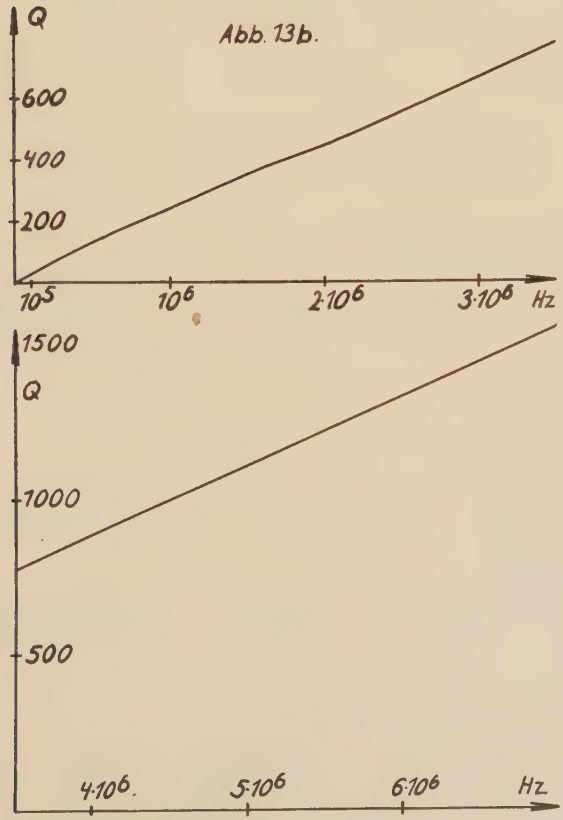


Abb. 14a.

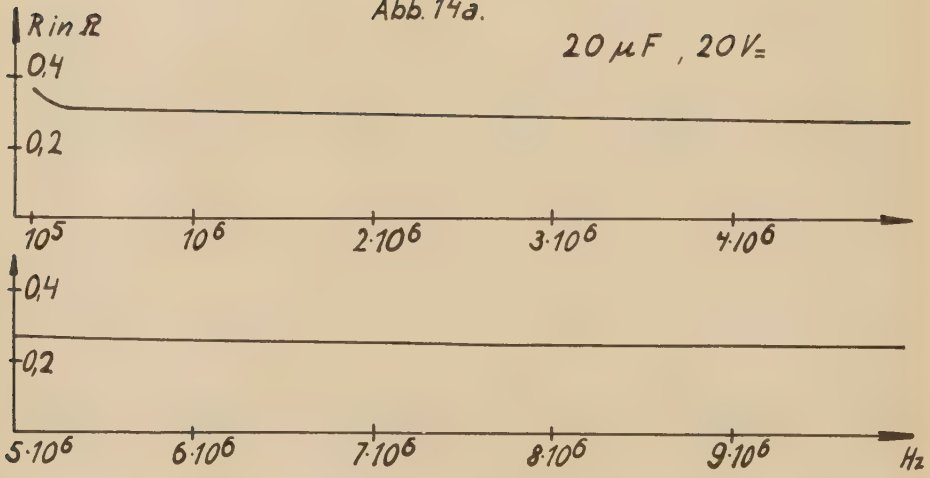
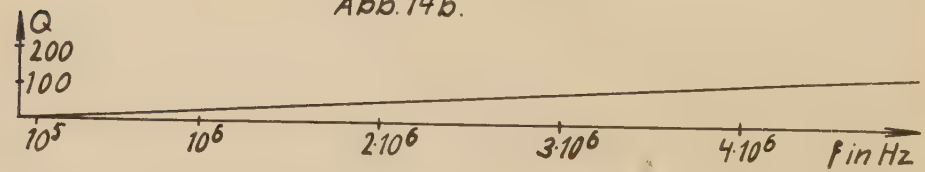


Abb. 14b.



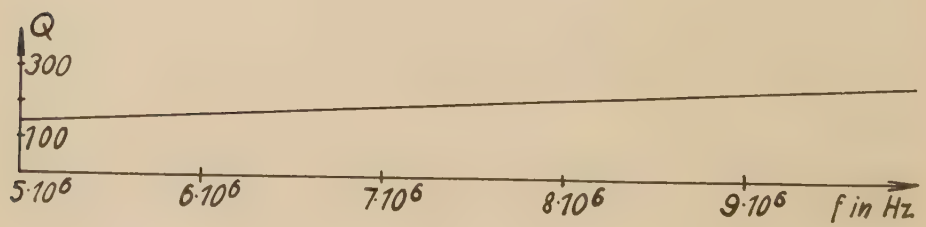


Abb. 15a.

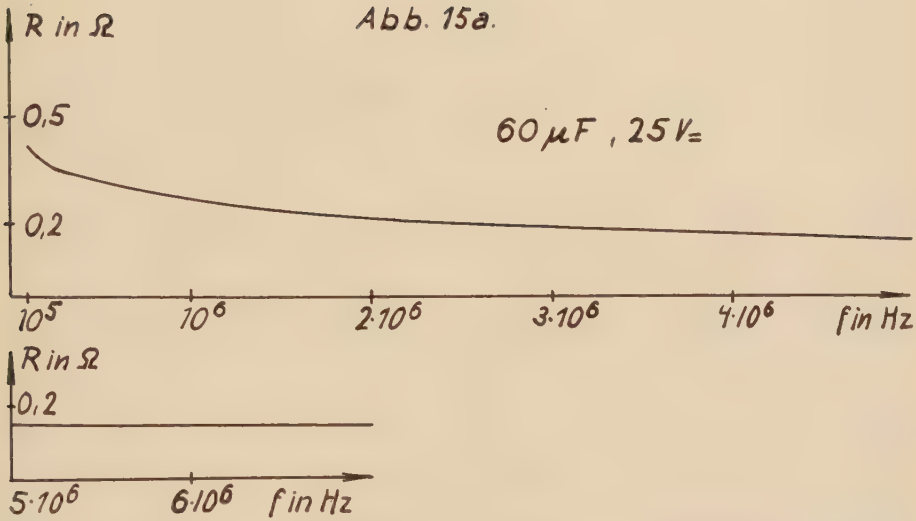


Abb. 15b.

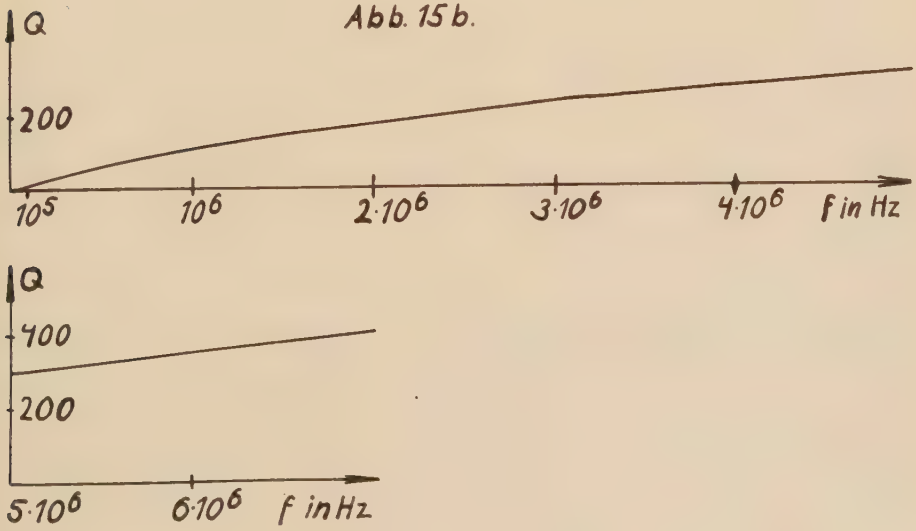


Abb. 16a.

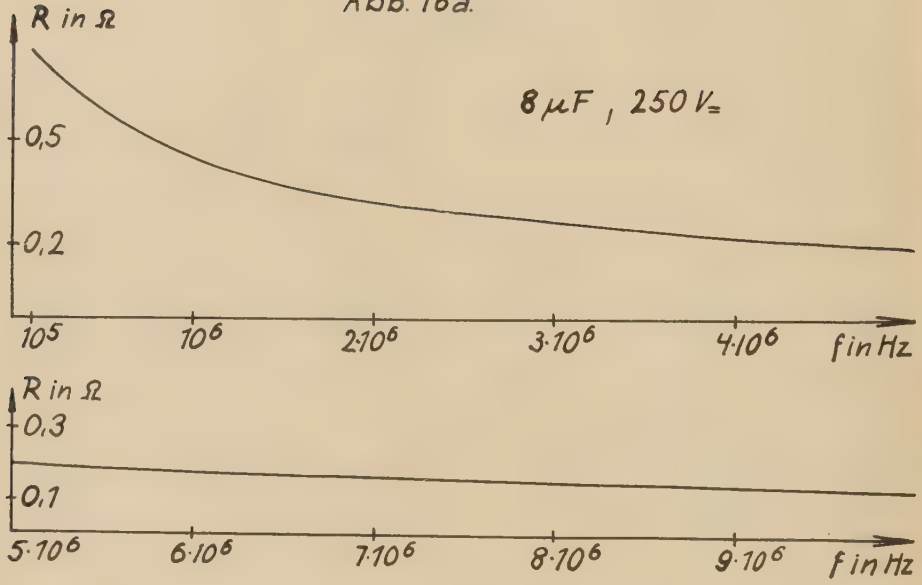


Abb. 16b.

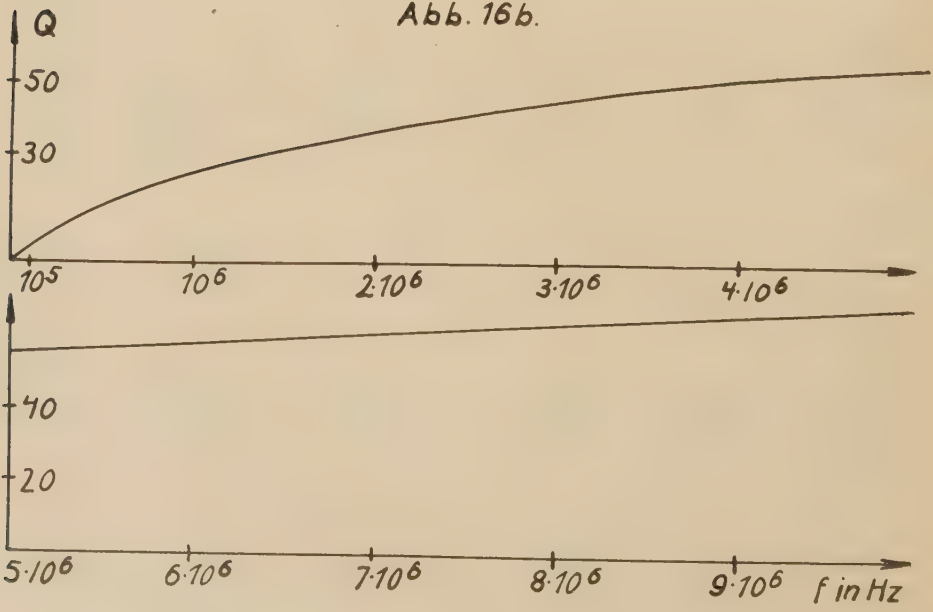
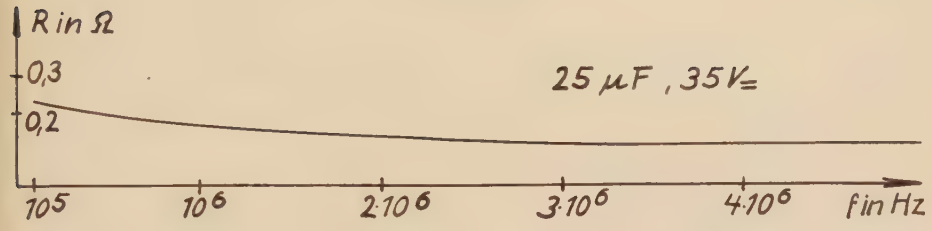


Abb. 17a.



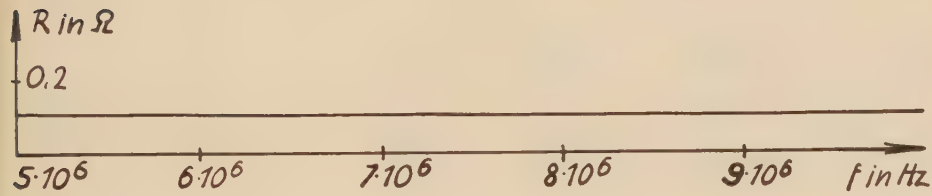
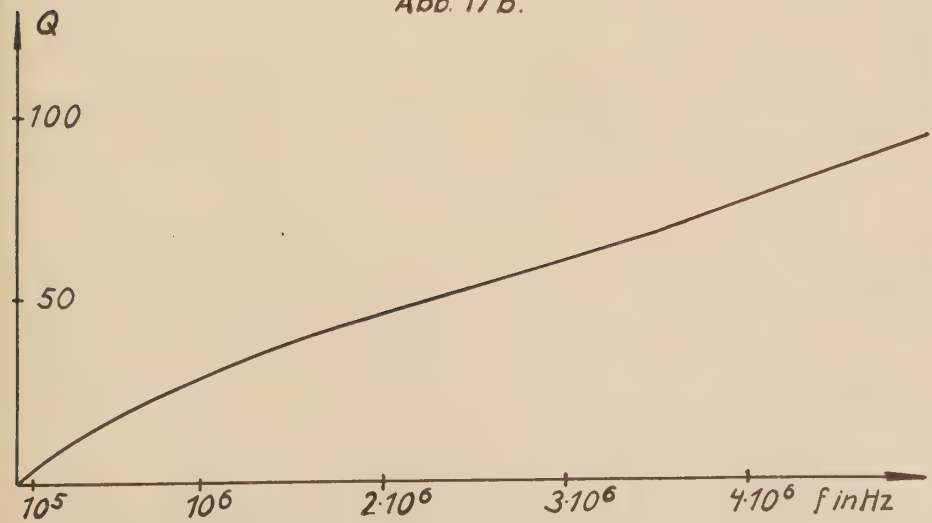
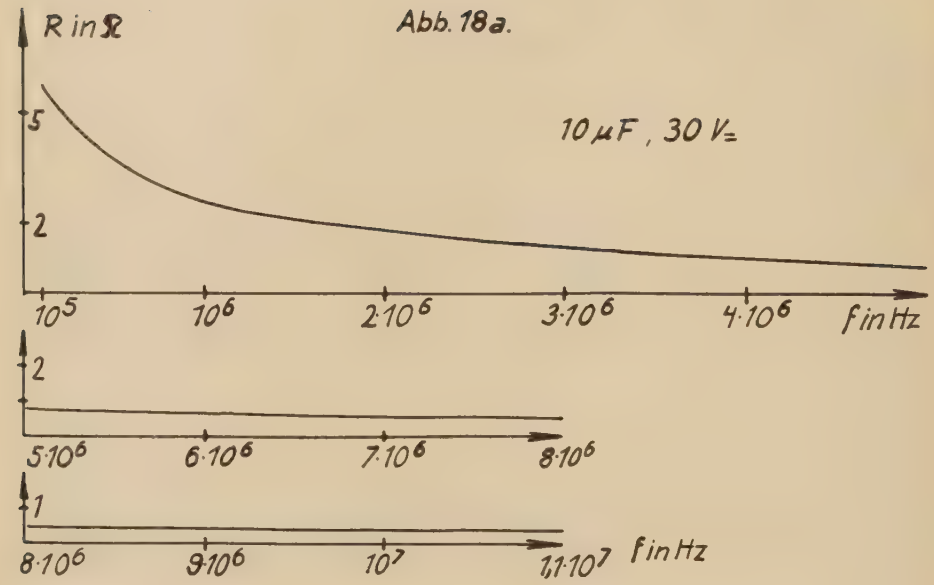


Abb. 17b.




R in Ω
Abb. 18a.
10 µF, 30 V=
5
2
10^5
10^6
2·10^6
3·10^6
4·10^6
f in Hz
2
5·10^6
6·10^6
7·10^6
8·10^6
1
8·10^6
9·10^6
10^7
1,1·10^7
f in Hz

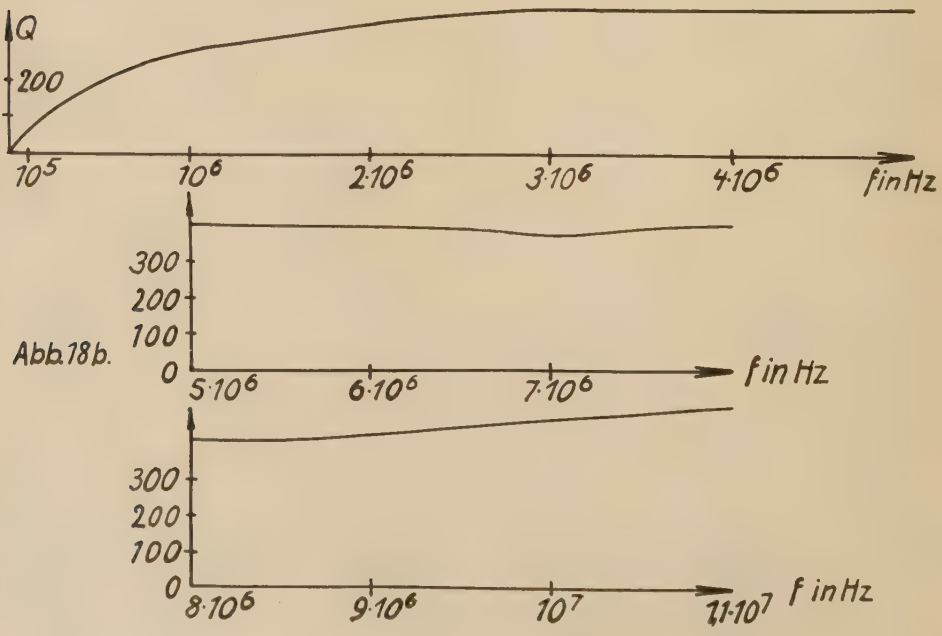

Q
200
10^5
10^6
2·10^6
3·10^6
4·10^6
f in Hz
Abb. 18b.
300
200
100
0
5·10^6
6·10^6
7·10^6
f in Hz
300
200
100
0
8·10^6
9·10^6
10^7
1,1·10^7
f in Hz

Abb. 19 a.

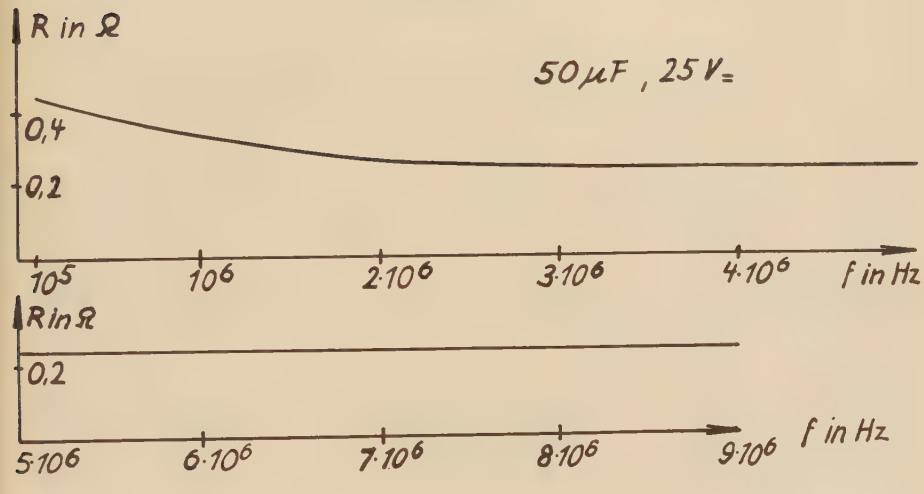


Abb. 19 b.

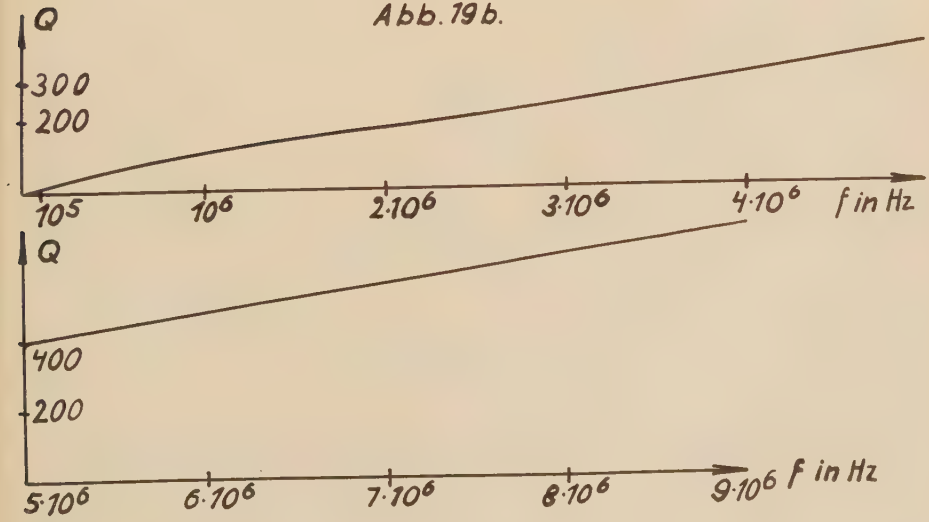
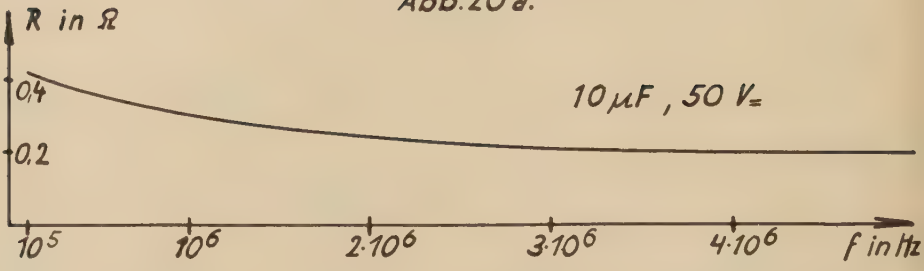


Abb. 20 a.



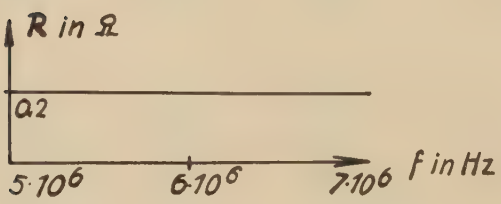
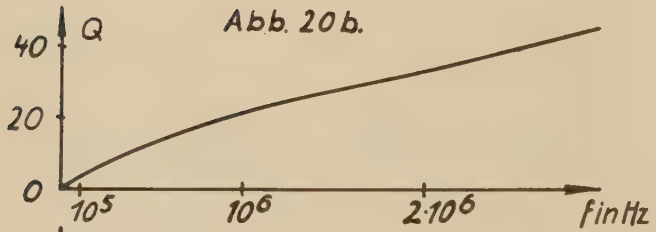
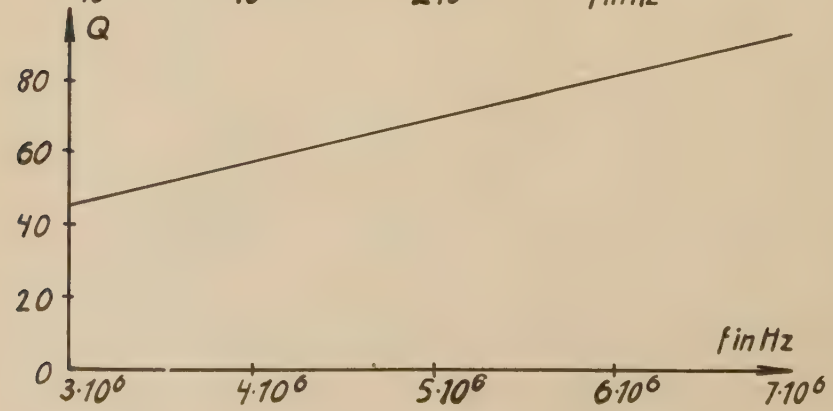


Abb. 20 b.





Teil II:

Messungen an einem in dieser Arbeit entwickelten Elektrolytkondensator kleiner Kapazität

§ 1. Herstellung und Eigenschaften des Kondensators

Die in Teil I dargestellten Untersuchungen lassen eine Frage offen, deren Beantwortung sicher von großem Interesse ist, nämlich die: Wie verhält sich die Kapazität eines Elektrolytkondensators bei Hochfrequenz? Um sie beantworten zu können, wurde der Versuch gemacht, selbst Elektrolytkondensatoren herzustellen und dabei die Kapazität auf etwa 1000 pF herunterzudrücken. Es entstand gleichzeitig die Aufgabe, auch den Verlustfaktor wesentlich zu verkleinern; denn war nützt ein der Hochfrequenz entsprechend kleines C, wenn der aus dem Kondensator und einer passenden Selbstinduktion bestehende Kreis nicht schwingt infolge zu großer Dämpfung?

Es erschien von vornherein als zweckmäßig, sich auf den Bau von Flüssigkeitskondensatoren zu beschränken, und zwar aus folgendem Grunde: Bei Elektrolytkondensatoren wird doch das Dielektrikum von einer auf der Anode sitzenden Aluminiumoxydschicht gebildet, während als die beiden Belegungen, die Anode einerseits und die sich in der Nähe des Dielektrikums befindenden Schichten des Elektrolyten andererseits anzusehen sind. Infolgedessen stellt der Elektrolyt einen zur Kapazität in Reihe liegenden Ohmschen Widerstand dar, der um so kleiner ist, je weniger Anode und Kathode voneinander entfernt sind und je größer sein Querschnitt ist. Es soll nicht etwa behauptet werden, daß dies schon das vollständige Schaltbild des Elektrolytkondensators ist, nur soviel läßt sich übersehen, daß der Elektrolytwiderstand sicher nicht unwesentlich zum Verlustwiderstand beiträgt. Eine Eindickung des Elektrolyten, gegebenenfalls noch verbunden mit der Einführung eines Abstandhalters aus Faserstoff oder Papier, muß daher zu einer Vergrößerung des Verlustwinkels führen, was auch beobachtet werden konnte.

Wenn man bedenkt, daß die erzeugte Kapazität ungefähr umgekehrt proportional der Formierungsspannung, d.h. der zur Erzeugung des Dielektrikums benutzten Gleichspannung ist, so wird man auf

Grund des eben Gesagten sofort einsehen, daß es ratsam ist, eine nicht zu kleine Formierungsspannung zu wählen, denn bei großer Formierungsspannung braucht man zur Erzielung genügend kleiner Kapazitäten die Anode nicht so weit zu verkleinern wie bei kleinen Formierungsspannungen. Das bedeutet aber, daß der wirksame Querschnitt des Elektrolyten relativ groß ist, der Widerstand des Elektrolyten also relativ klein.

Es wurde eine große Zahl von Versuchen angestellt, um einen geeigneten Elektrolyten ausfindig zu machen und gleichzeitig die richtige Formierungsspannung zu ermitteln. Die Anoden- und Kathodenbleche bestanden immer aus Aluminium. Es wurde dabei festgestellt, daß sich eine ziemlich konzentrierte Natriumbikarbonatlösung in destilliertem Wasser als Elektrolyt hervorragend bewährte und eine Spannung von 110 Volt = . Hiermit wurde stets ohne Schwierigkeiten eine Formierung der Anode erreicht. Es zeigte sich aber, daß selbst Anodenbleche von nur wenigen Quadratmillimetern Oberfläche immer noch eine Kapazität von einigen 10 000 pF lieferten. Das Ergebnis aller Versuche war ein Elektrolytkondensator, der jetzt beschrieben werden soll.

Der wirksame Teil der Anode bestand aus dem Querschnitt eines Aluminiumdrahtes von 1 mm Durchmesser. Damit nicht der ganze in den Elektrolyten hineinragende Teil benetzt wurde, war der Draht eben mit Ausnahme dieses Querschnittes von einer zu einer Spitze ausgezogenen Glasröhre umgeben, wie in Abb. 21 erkenntlich ist. Der Aluminiumdraht läßt sich nicht im eigentlichen Sinne mit dem Glasröhrchen verschmelzen, wohl kann man aber in der Bunsenflamme eine flüssigkeits- und luftdichte Vereinigung erzielen. Das Röhrchen hatte noch den Zweck, eine gleichzeitige Berührung von Elektrolyt, Luft und Anode zu verhindern, da an solchen Stellen Korrosionen auftreten würden. Außerdem war an dem Röhrchen mittels einer Klemmvorrichtung das aus 0,5 mm dickem Aluminium bestehende Kathodenblech befestigt, und zwar so, daß der Abstand Anode - Kathode beliebig eingestellt werden konnte. Der Elektrolyt war eine bei Zimmertemperatur gesättigte Lösung von $NaHCO_3$ in H_2O. Als Elektrolytbehälter diente ein kleines Reagenzglas.

Wurde an den Kondensator eine Gleichspannung von 110 Volt gelegt, so setzte sogleich eine sehr lebhafte Gasentwicklung ein,

die dann bald schwächer wurde. In Abb. 22 ist der dabei gemessene Strom in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen. Die Messung begann wenige Sekunden nach dem Anlegen der Spannung und wurde dann 120 Minuten lang fortgesetzt. Zum Schluß betrug dieser sogenannte Reststrom nur noch 2,25 μA. Nach 10 Minuten wurden schon 8,5 μA gemessen. Zu dieser Zeit war also die Formierung im großen ganzen schon beendet.

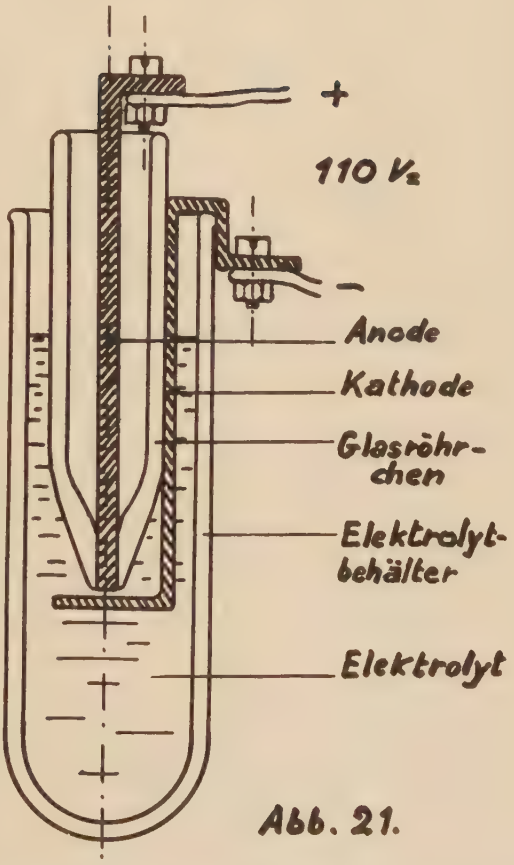


Abb. 21.

Es wurde nun mit einer bereits beschriebenen Brückenanordnung bei 510 Hz der Verlustwiderstand und die Kapazität gemessen. Der Normalkondensator hatte diesmal eine Kapazität von 10 000 pF. Für die Kapazität unseres Elektrolytkondensators ergab sich der Wert 1820 pF und für den Verlustwiderstand 19 200 Ohm. Das bedeutet einen Verlustfaktor von 0,118. Es muß dazu noch gesagt werden, daß der Abstand Anode - Kathode schon vor den Messungen auf den kleinsten zulässigen Wert eingestellt wurde. Trotzdem ist der Niederfrequenzverlustfaktor nur ungefähr so gut wie bei den besten gemessenen technischen Elektrolytkondensatoren, von denen in Teil I die Rede war. Von der Kapazität läßt sich sagen, daß sie tatsächlich die geforderte Größenordnung hat.

Um festzustellen, ob der Elektrolytkondensator überhaupt bei Hochfrequenz schwingt, wurde aus ihm und einer Spule ein Kreis hergestellt, der über die Spule lose an einen Sender gekoppelt

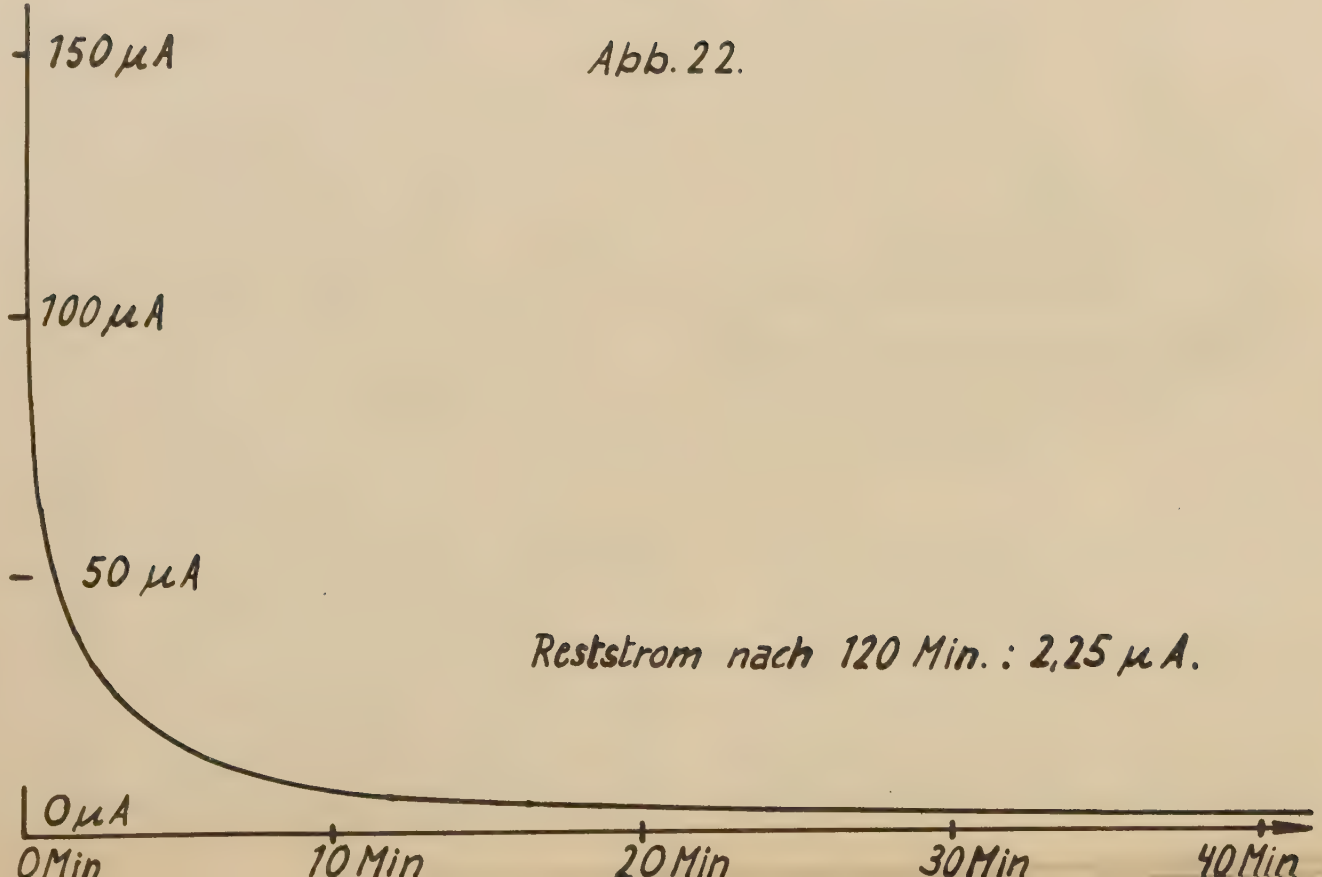


Abb. 22.

Reststrom nach 120 Min.: 2,25 µA.

wurde. Die an der Spule herrschende Spannung wurde mit Hilfe des Röhrenvoltmeters ermittelt (Abb. 23).

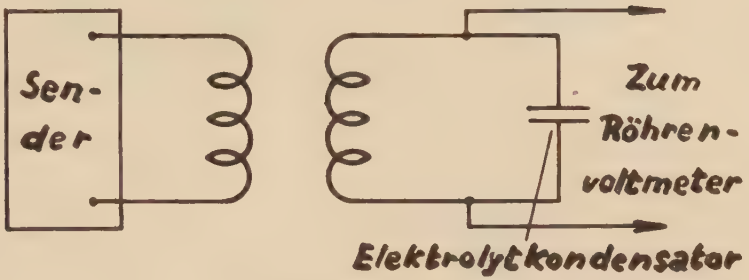


Abb. 23.

Diese Messungen waren die einzigen, bei denen während des Meßvorganges keine Gleichspannung am Elektrolytkondensator lag. Dafür wurde aber, wie immer, vorher an den Kondensator für längere Zeit eine Gleichspannung gelegt. Es wurden im ganzen zwei Resonanzkurven aufgenommen, die in Abb. 24 und 25 dargestellt sind. Das geschah in der Weise, daß am Sender die Frequenz verändert wurde.

Im ersten Falle lag die Resonanz bei $1{,}01 \cdot 10^6$ Hz, im zweiten bei $3{,}63 \cdot 10^6$ Hz. Aus der ersten Kurve ließ sich nach der Methode der Halbwertsbreite die Verlustzahl des Kreises zu 0,443 ermitteln. Die Verlustzahl des Elektrolytkondensators dürfte nur wenig kleiner sein. Für sie wurde später mit der Paulischen Methode der Wert 0,43 gefunden. Im Vergleich zu den in Teil I erwähnten, an handelsüblichen Elektrolytkondensatoren gemessenen Zahlen sind also die Verluste des hier beschriebenen Kondensators bei Hochfrequenz außerordentlich klein. Der Versuch, auf elektrolytischem Wege eine Kapazität zu erzeugen, die mit Hilfe einer entsprechenden Selbstinduktion einen Resonanzkreis für Hochfrequenz liefert, ist also vollständig gelungen.

§ 2. Messung der Kapazität, des Verlustwiderstandes und damit des Verlustwinkels bei Hochfrequenz

Der für die technischen Elektrolytkondensatoren gebaute Meßkreis konnte, da er ausschließlich für große Kapazitäten ein-

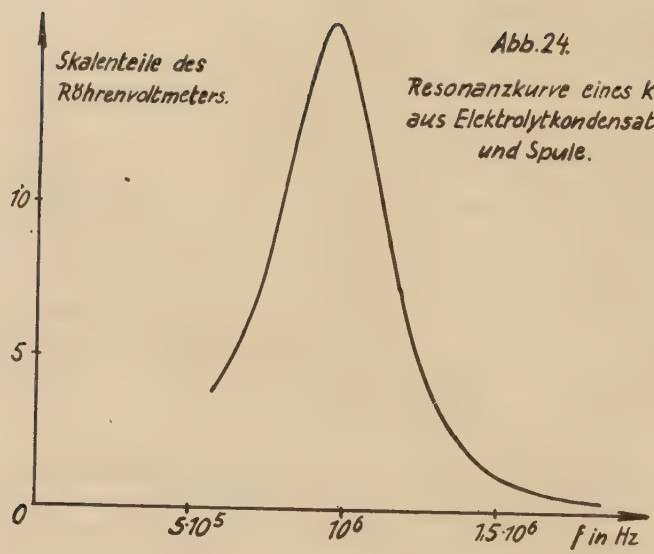


Abb. 24.

Resonanzkurve eines kreises aus Elektrolytkondensator und Spule.

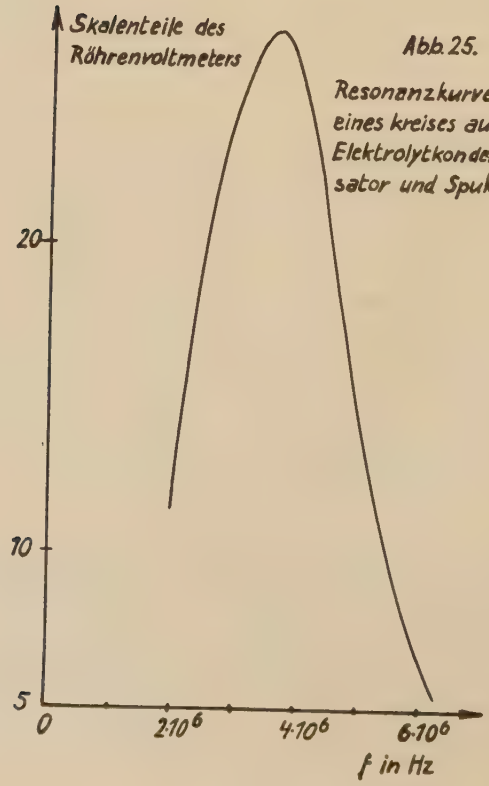


Abb. 25.

Resonanzkurve eines kreises aus Elektrolytkondensator und Spule.

gerichtet war, diesmal nicht benutzt werden. Es mußte ein neuer Meßkreis gebaut werden, dessen Schaltbild in Abb. 26 dargestellt ist.

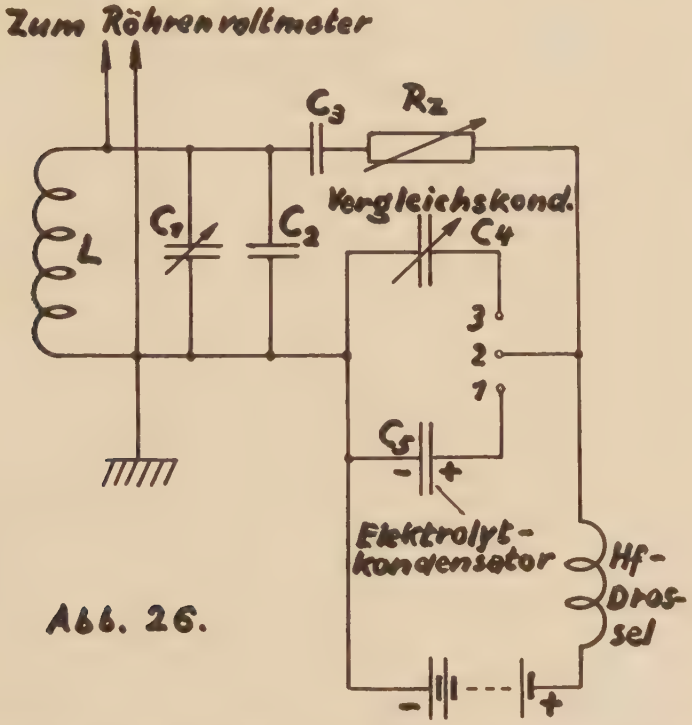


Abb. 26.

Zunächst waren die Punkte 1 und 2 kurzgeschlossen. Der Sender wurde auf die gewünschte Frequenz eingestellt und dann der Meßkreis, der über L lose angekoppelt war, mit Hilfe von C_1, C_2 und C_3 auf Resonanz gebracht. Dann wurde durch Hinzufügen von Zusatzwiderständen R_z eine Pauli-Gerade aufgenommen und so der Gesamtwiderstand des Kreises einschließlich des gesuchten Verlustwiderstandes des Elektrolytkondensators gemessen. Hiernach wurde der Kurzschluß bei 1 und 2 aufgehoben. Dafür wurde 2 und 3 kurzgeschlossen. Das bedeutet eine Vertauschung des Elektrolytkondensators mit dem verlustlosen Vergleichskondensator C_4. An der Frequenzeinstellung des Senders und an C_1, C_2 und C_3 wurde nichts geändert. R_z war auf Null Ohm eingestellt. Es wurde nun der Meßkreis durch Verändern der Kapazität von C_4 auf Resonanz gebracht. C_4 ergab dann die Kapazität des Elektrolytkonden-

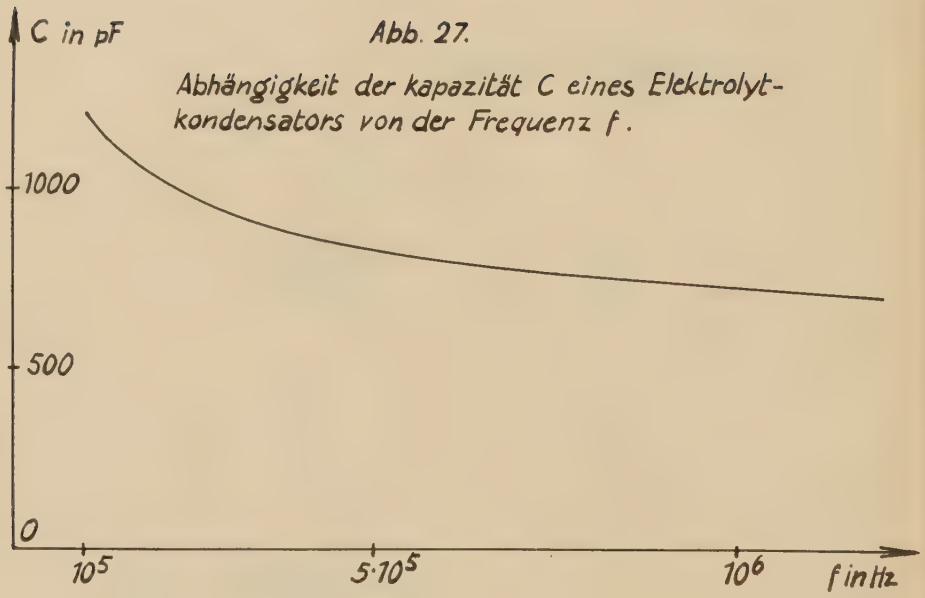


Abb. 27.

Abhängigkeit der kapazität C eines Elektrolyt-kondensators von der Frequenz f.

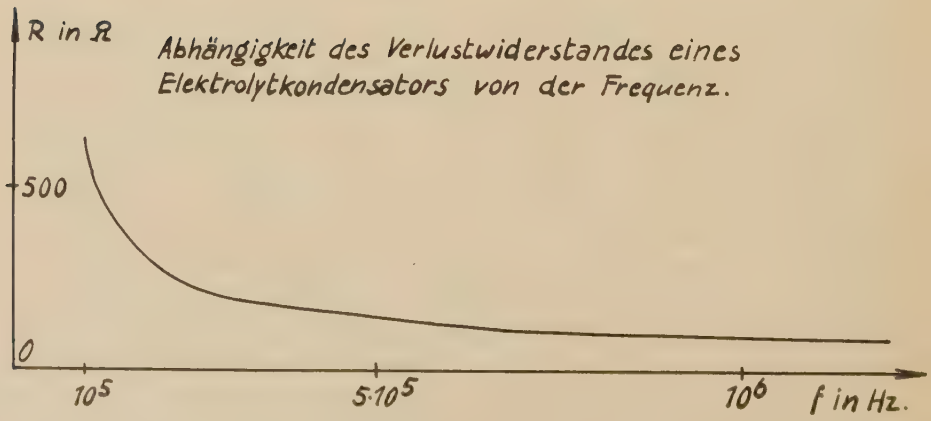
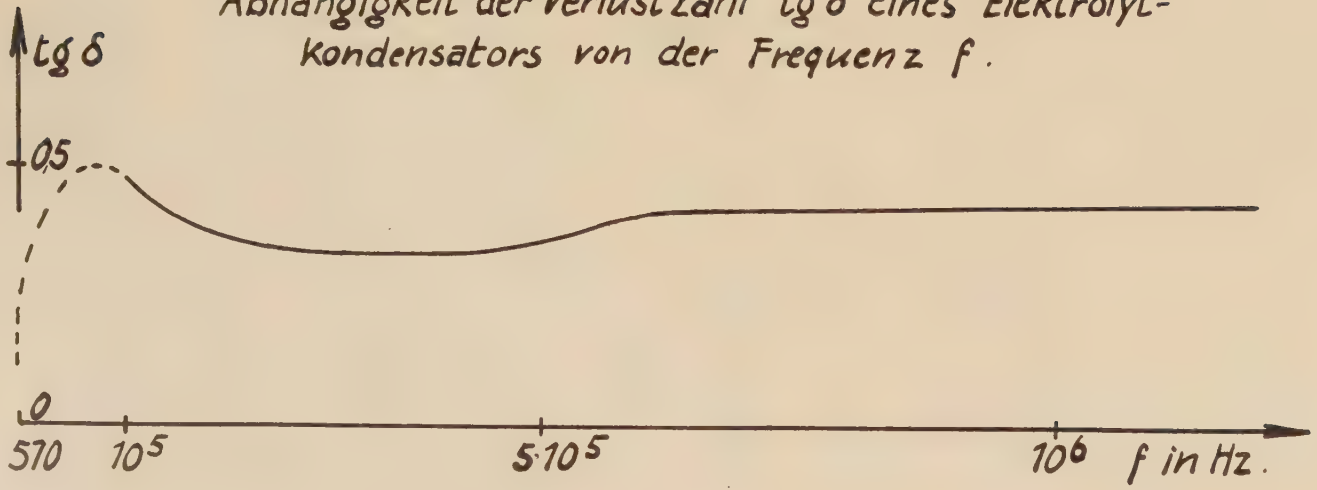


Abb. 28.

Abhängigkeit des Verlustwiderstandes eines Elektrolytkondensators von der Frequenz.

Abb. 29.

Abhängigkeit der Verlustzahl tg δ eines Elektrolyt-Kondensators von der Frequenz f.



sators. Hierauf wurde in der üblichen Weise eine Pauli-Gerade aufgenommen und so der Wirkwiderstand des Kreises ermittelt. Der Unterschied gegenüber dem vorhin gemessenen Widerstand ergab dann den Verlustwiderstand des Elektrolytkondensators.

Die Zusatzwiderstände waren diesmal Karbowid-Kurzwellenwiderstände der Firma Siemens & Halske.

Die Ergebnisse sind in den Abb. 27, 28 und 29 dargestellt. Verlustwiderstand und Kapazität fallen also mit zunehmender Frequenz ab. Die Verlustzahl ist in dem ausgemessenen Bereich außerordentlich klein gegenüber den aus Teil I bekannten Zahlen. Wegen einer Diskussion der Kurven sei auf Teil III verwiesen.

Teil III:

Theoretische Untersuchungen über die Frequenzabhängigkeit von Kapazität und Verlustwiderstand der Elektrolytkondensatoren bei Hochfrequenz

§ 1. Der Grundgedanke

Wenn man die experimentellen Ergebnisse dieser Arbeit betrachtet, insbesondere diejenigen, die sich auf den Frequenzgang des Verlustwiderstandes der Elektrolytkondensatoren beziehen, so sieht man, daß der einer bestimmten Frequenz entsprechende Widerstandswert bei den einzelnen Kondensatoren verschieden ist, die erhaltenen Kurven aber alle vom selben Typ sind. Dies legt die Vermutung nahe, daß alle Elektrolytkondensatoren hinsichtlich des funktionellen Zusammenhanges zwischen Verlustwiderstand und Frequenz demselben Gesetz gehorchen, in dem allerdings noch Größen enthalten sein müssen, die zwar von der Frequenz unabhängig sind, sehr wohl aber abhängig von der Bauart und sonstigen Beschaffenheit des betreffenden Kondensators.

Man könnte versuchen, das fragliche Gesetz direkt aus den Kurven abzulesen oder aus ihnen mittels eines Aproximationsverfahrens zu finden. Eine andere Möglichkeit bestände in dem Ver-

such, es auf Grund vernünftiger Annahmen über den inneren Aufbau der Elektrolytkondensatoren mathematisch herzuleiten. Das ist der Weg, der im folgenden beschritten werden soll.

Es entsteht zunächst die Frage, welchen Umstand man überhaupt als Ursache für die Frequenzabhängigkeit des Verlustwiderstandes und der Kapazität anzusehen hat. Wenn man sich das Prinzip des Elektrolytkondensators überlegt, so scheint es zunächst gar keine Möglichkeit zu geben, die Änderung von C und R mit der Frequenz zu erklären, denn in Reihe mit der Kapazität des Elektrolytkondensators liegt doch der Widerstand des Elektrolyten R_E und parallel zu ihr ein weiterer Widerstand R_R, wie es in Abb. 30 dargestellt ist. Da R_E als klein gegen R_R anzusehen ist, so ist R_R praktisch mit dem Gleichstromwiderstand des Kondensators identisch, den man mißt, wenn man die Gleichspannung gleich der Formierungsspannung wählt. Bei dem in Teil II beschriebenen Elektrolytkondensator, der diesen Betrachtungen zugrunde gelegt sei, weil bei ihm besonders übersichtliche Verhältnisse vorliegen, betrug der Reststrom nur 2,25 μA bei 110 V = . Daraus folgt für R_R der Wert $49 \cdot 10^6$ Ohm. Die Kapazität betrug bei 10^5 Hz 1200 pF. Der kapazitive Blindwiderstand ist also gegen R_R verschwindend klein, denn er beträgt bei dieser Frequenz bereits nur noch rd. $1{,}3 \cdot 10^3$ Ohm. Bei den technischen Kondensatoren liegen die Verhältnisse ganz entsprechend. Es ergibt sich also, daß R_R auf die Hochfrequenzverhältnisse keinen Einfluß hat, da der gesamte Strom durch die Kapazität fließt. Man hat also praktisch nur eine Kapazität mit einem in Reihe liegenden Widerstand (Abb. 31). Dann müßte aber C und R, wie sie in der Einleitung definiert wurden, frequenzunabhängig sein.

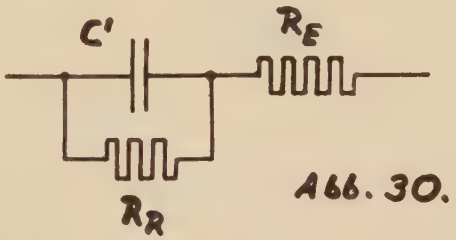


Abb. 30.

Abb. 31.

Hier ist eine Bemerkung wichtig, die sich in einer Arbeit von Linder (3) findet. Der Verfasser macht dort die Annahme, daß das Aluminiumoxyd nicht homogen

ist, sondern aus einer trockenen und einer vom Elektrolyten durchdrungenen Schicht besteht. Es werden auf Grund dieser Annahme in der genannten Arbeit verschiedene Eigenschaften der Elektrolytkondensatoren erklärt. Wenn man diesen Gedanken auf die hier angestellten Überlegungen anwendet, so muß man C' durch zwei in Reihe liegende Kapazitäten C_1 und C_2 ersetzen, von denen C_1 der trokkenen Schicht des Dielektrikums und C_2 der vom Elektrolyten durchdrungenen Schicht entspricht. Man wird annehmen können, daß C_2 kleiner als C_1 ist. Außerdem ist C_2 mit einem Parallelwiderstand R_p zu versehen, um der Wirkung des Elektrolyten in der Schicht Rechnung zu tragen. Es ergibt sich also das Schaltbild (Abb. 32).

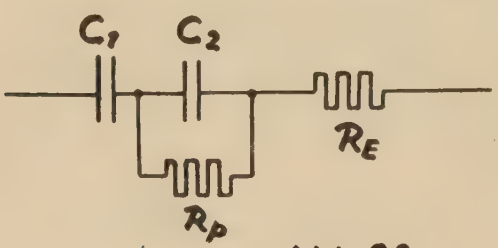


Abb. 32.

Um die Wirkungsweise der Schaltung zu erläutern, mögen die Frequenzen zunächst als so klein angenommen werden, daß $\frac{1}{\omega C_2}$ groß gegen R_p ist. Dann ist also praktisch nur die Kapazität C_1 wirksam, mit der ein Widerstand in Reihe liegt, der gleich $R_p + R_E$ ist. Sind hingegen die Frequenzen extrem hoch, so berechnet sich die Gesamtkapazität der Anordnung aus den beiden in Reihe liegenden Kapazitäten C_1 und C_2, und der Verlustwiderstand ist gleich dem Widerstand R_E des Elektrolyten. Aus diesen Betrachtungen folgt also, daß die Kapazität C und der Verlustwiderstand R mit zunehmender Frequenz kleiner werden müssen. Hat der Elektrolyt einen relativ großen Widerstand, wie man es ja von Trockenkondensatoren erwarten darf, so wird der Widerstandsabfall von tiefen zu hohen Frequenzen prozentual nicht sehr groß sein. Anders ist es aber, wenn der Elektrolytwiderstand relativ klein ist. Jetzt wird auch die Tatsache verständlich, daß der bei 510 Hz bestimmte Verlustfaktor des in Teil II beschriebenen Kondensators nicht viel besser war als bei den besten Trockenkondensatoren, obwohl alles getan worden war, um den Elektrolytwiderstand so klein wie irgend möglich zu machen. Trotzdem betrug der Verlustwiderstand 19 200 Ohm. Bei Hochfrequenz aber lagen die Verhältnisse anders. Der Verlustwiderstand betrug schließlich nur noch etwa 100 Ohm, und der Verlustfaktor war um einige Zehnerpotenzen kleiner als bei

den Trockenkondensatoren. Man darf also den Umstand, daß es gelang, einen Elektrolytkondensator herzustellen, der mit Hilfe einer passenden Spule einen Resonanzkreis für Hochfrequenz lieferte, der Tatsache zuschreiben, daß bei Hochfrequenz der Verlustwiderstand hauptsächlich durch den Elektrolytwiderstand gegeben ist.

Die bisherigen Erfolge lassen es als zweckmäßig erscheinen, das in Abb. 32 dargestellte Schaltbild vollständig durchzurechnen, was im nächsten Paragraphen geschehen soll.

§ 2. Durchführung der Rechnungen

Die Aufgabe besteht darin, R und C aus der Gleichung

$$R + \frac{1}{j\omega C} = R_E + \frac{1}{j\omega C_1} + \left(\frac{1}{R_p} + j\omega C_2\right)^{-1}$$

zu bestimmen. Es ist

$$R + \frac{1}{j\omega C} = R_E + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{\frac{1}{R_p} + j\omega C_2} \cdot \frac{\frac{1}{R_p} - j\omega C_2}{\frac{1}{R_p} - j\omega C_2}$$

$$= R_E + \frac{1}{j\omega C_1} + \frac{\frac{1}{R_p} - j\omega C_2}{\frac{1}{R_p^2} + \omega^2 C_2^2}$$

$$= R_E + \frac{\frac{1}{R_p}}{\frac{1}{R_p^2} + \omega^2 C_2^2} + \frac{1}{j}\left(\frac{1}{\omega C_1} + \frac{\omega C_2}{\frac{1}{R_p^2} + \omega^2 C_2^2}\right)$$

$$R = R_E + \frac{R_p}{1 + \omega^2 C_2^2 R_p^2} = \frac{R_E + R_p + \omega^2 C_2^2 R_p^2 R_E}{1 + \omega^2 C_2^2 R_p^2}$$

$$= (R_E + R_p)\,\frac{4\pi^2 \frac{R_E R_p^2 C_2^2}{R_p + R_E} \cdot f^2 + 1}{4\pi^2 R_p^2 C_2^2 \cdot f^2 + 1}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{\omega C_2 R_p^2}{1 + \omega^2 C_2^2 R_p^2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{\omega^2 C_2 R_p^2}{1 + \omega^2 C_2^2 R_p^2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1 + \omega^2 C_2^2 R_p^2 + \omega^2 C_2 C_1 R_p^2}{C_1 + \omega^2 C_2^2 C_1 R_p^2}$$

$$C = C_1 \frac{4\pi^2 C_2^2 R_p^2 \cdot f^2 + 1}{4\pi^2 C_2 R_p^2 (C_2 + C_1) \cdot f^2 + 1}$$

Man erhält also:

$$R = A\,\frac{B \cdot f^2 + 1}{D \cdot f^2 + 1} \qquad D > B \qquad (1)$$

$$C = E\,\frac{G \cdot f^2 + 1}{H \cdot f^2 + 1} \qquad H > G \qquad (2)$$

wobei A, B, D, E, G, H positive, nicht von der Frequenz f abhängende Größen sind.

Die Funktionen R(f) und C(f) stimmen formal überein. Es genügt daher, C(f) weiter zu untersuchen. Zunächst mögen die ersten beiden Ableitungen gebildet werden. Man setze

$$C(f) = E\,\frac{u(f)}{v(f)}$$

Dann ist

$$\frac{dC(f)}{df} = \frac{u'}{v} - \frac{uv'}{v^2}$$

$$\frac{dC(f)}{df} = E\,\frac{2Gf}{Hf^2+1} - E\,\frac{Gf^2+1}{(Hf^2+1)^2}\cdot 2Hf$$

Es ergibt sich also

$$\frac{dC(f)}{df} = \frac{2E\,(G-H)\cdot f}{(Hf^2+1)^2} \qquad (3)$$

Für die zweite Ableitung erhält man:

$$\frac{d^2C(f)}{df^2} = 2E\,(G-H)\cdot \frac{d}{df}\,\frac{f}{(Hf^2+1)^2}$$

$$\frac{d}{df}\,\frac{f}{(Hf^2+1)^2} = \frac{d}{df}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'}{v} - \frac{uv'}{v^2}$$

$$= \frac{1}{(Hf^2+1)^2} - f\,\frac{2(Hf^2+1)\,2Hf}{(Hf^2+1)^4}$$

$$= \frac{1}{(Hf^2+1)^2} - \frac{4Hf^2}{(Hf^2+1)^3}$$

$$= \frac{Hf^2+1-4Hf^2}{(Hf^2+1)^3}$$

$$= -\frac{3Hf^2-1}{(Hf^2+1)^3}$$

Somit ergibt sich

$$\frac{d^2C(f)}{df^2} = 2E\,(H-G)\,\frac{3Hf^2-1}{(Hf^2+1)^3} \qquad (4)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (2), (3) und (4) übersieht man sofort den Verlauf der Kurven C(f).

Bei $f = 0$ liegt ein Maximum vor, denn an dieser Stelle ist $\frac{dC}{df} = 0$ und $\frac{d^2C}{df^2} = -2E\,(H-G) < 0$. Die Funktion fällt für positive f, denn $\frac{dC}{df}$ ist überall negativ.

Bei $f = \frac{1}{\sqrt{3H}}$ liegt ein Wendepunkt vor, denn an

dieser Stelle verschwindet $\frac{d^2C}{df^2}$ und $\frac{d^3C}{df^3}$ ist von Null verschieden.

Im Gebiet $f = 0$ bis $f = \frac{1}{\sqrt{3}H}$ liegt Rechtskrümmung vor, da $\frac{d^2C}{df^2} < 0$ und im Gebiet $f = \frac{1}{\sqrt{3}H}$ bis $f = \infty$ Linkskrümmung, da hier $\frac{d^2C}{df^2} > 0$ ist.

Mit nach unendlich strebendem f konvergiert die Kurve gegen $E \cdot \frac{G}{H}$.

Der Verlauf von $C(f)$, der derselbe ist wie von $R(f)$, ist in Abb. 33 dargestellt.

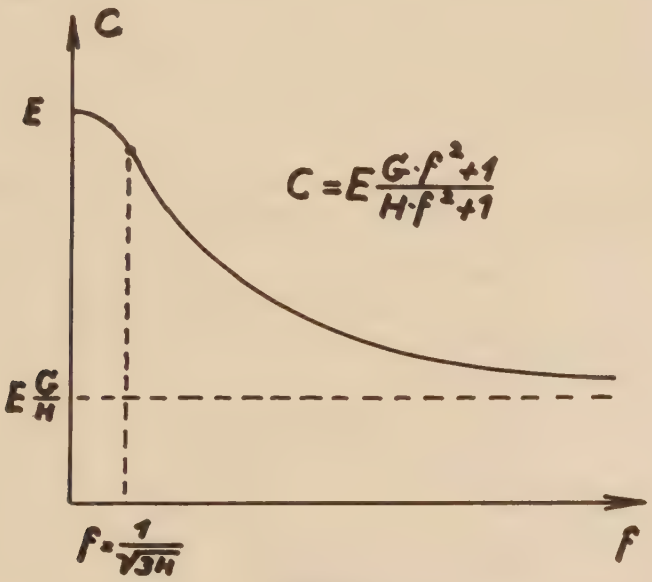


Abb. 33.

§ 3. Ergebnisse und Vergleich mit der Erfahrung

Wenn man die für $C(f)$ und $R(f)$ hergeleiteten Funktionen betrachtet, deren Verlauf in Abb. 33 dargestellt ist, und dabei den Bereich $f = 0$ bis $f = \frac{1}{\sqrt{3}H}$ bzw. $\frac{1}{\sqrt{3}D}$ außer acht läßt, so kann man schon jetzt ohne einen genauen numerischen Vergleich vorzunehmen, feststellen, daß die berechneten Kurven und

die experimentell aufgenommenen in der Art ihres Verlaufs übereinstimmen. Bezüglich des Bereiches $f = 0$ bis $f = \frac{1}{\sqrt{3}H}$ bzw. $\frac{1}{\sqrt{3}D}$ ist zu sagen, daß die Messungen nicht mit $f = 0$; sondern mit $f = 10^5$ Hz begannen und dann nach höheren Frequenzen fortgesetzt wurden, und es ist weiter zu bemerken, daß es einen Bereich kleiner Frequenzen geben muß, in dem die theoretischen Untersuchungen ihre Gültigkeit verlieren müssen, weil der kapazitative Blindwiderstand des Kondensators als verschwindend klein gegen den Gleichstromwiderstand angenommen wurde. Wie man sich leicht auf Grund des Schaltbildes Abb. 30 überlegt, wird $R(f)$ bei $f = 0$ kein Maximum, d.h. keine waagerechte Tangente haben, sondern wird stetig auf den sehr großen Wert des Gleichstromwiderstandes ansteigen, wenn f gegen 0 strebt. Da hier aber nur die Verhältnisse bei Hochfrequenz interessieren, sei dieser Fall nicht weiter durchgerechnet, weil dann die Formel für $R(f)$ unnütz kompliziert wird.

Es läßt sich also jedenfalls auf Grund der hier angestellten theoretischen Untersuchungen folgendes sagen:

Es gibt drei positive Zahlen A, B, D mit $D > B$ und drei positive Zahlen E, G, H mit $H > G$ derart, daß sich bei Hochfrequenz der Verlustwiderstand $R(f)$ eines Elektrolytkondensators darstellen läßt in der Form

$$R_{(f)} = A \frac{B \cdot f^2 + 1}{D \cdot f^2 + 1}$$

und die Kapazität

$$C_{(f)} = E \frac{G \cdot f^2 + 1}{H \cdot f^2 + 1}$$

A, B, D, E, G, H sind unabhängig von der Frequenz, aber abhängig von der Bauart, der Formierungsspannung, der Temperatur und sonstigen Beschaffenheit des betreffenden Kondensators.

Um zu prüfen, ob die gefundenen Gesetze tatsächlich mit der Erfahrung übereinstimmen, wurden die Konstanten aus je drei Meßpunkten berechnet und dann mit Hilfe der Gesetze $R(f)$ bzw. $C(f)$ ermittelt. So ergab sich z.B. für den in Teil II angegebenen Kondensator:

$$R_{\Omega} = 20\,000 \cdot \frac{0{,}205 \cdot 10^{-10} \cdot f^2 + 1}{36{,}65 \cdot 10^{-10} \cdot f^2 + 1}$$

$$C_F = 1{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{0{,}21 \cdot 10^{-10} \cdot f^2 + 1}{0{,}437 \cdot 10^{-10} \cdot f^2 + 1}$$

In Abb. 34 sind neben den Meßergebnissen die sich aus diesen Formeln ergebenden Kurven aufgetragen. Es zeigt sich eine außerordentlich gute Übereinstimmung von Theorie und Messung bei Hochfrequenz, die sogar bei 500 Hz noch einigermaßen gut ist.

In dieser Weise wurden alle aufgenommenen Kurven zu einer Prüfung herangezogen, und es wurde gefunden, daß in dem Frequenzbereich, in dem sich die Messungen bewegten, also zwischen 10^5 und 10^7 Hz die angegebenen Gesetze mit der Erfahrung gut übereinstimmen (Abb. 35).

Abb. 34.

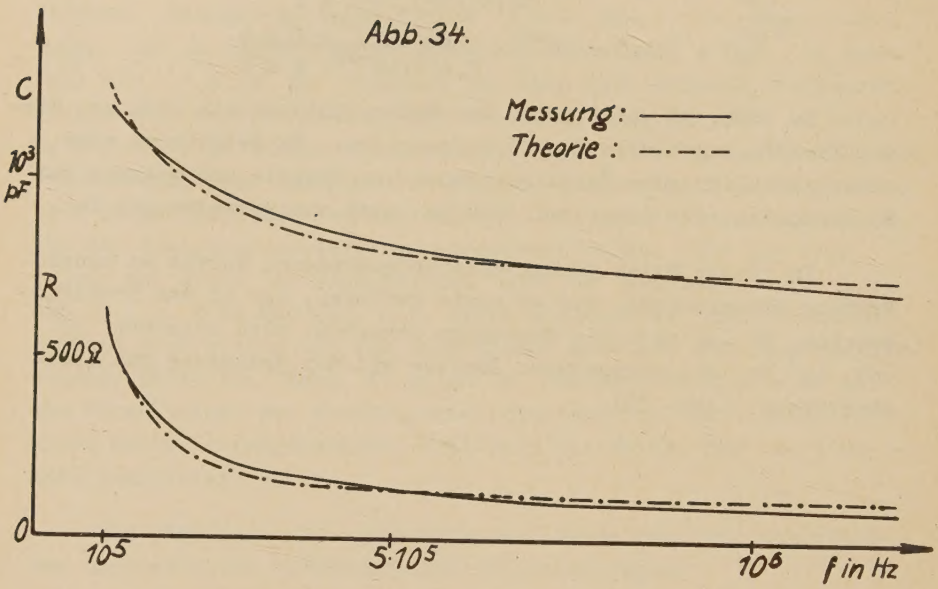
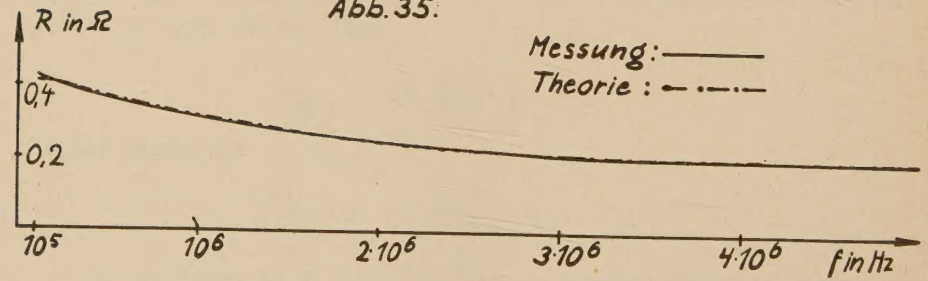
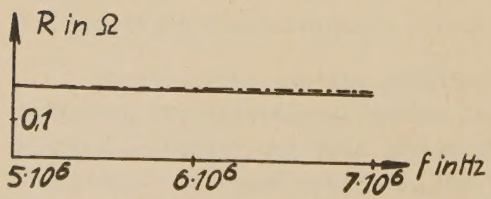


Abb. 35.





$$R(f) = 0{,}406 \frac{0{,}385 \cdot 10^{-12} \cdot f^2 + 1}{0{,}782 \cdot 10^{-12} \cdot f^2 + 1} \Omega$$

Literaturverzeichnis

(1)	H. O. Siegmund	Bell.Syst.Techn.Journ. 8, 41, 1929
(2)	A. Güntherschulze u. H. Betz	Elektrolytkondensatoren 1937, S. 115...121
(3)	L. Linder	Zeitschr.f.Hochfrequenztechn.u. Elektroak. 47, 64, 1936
(4)	H. Pauli	Zeitschr.f.Phys. 5, 376, 1921; 6, 118, 1921
(5)	R. Lindemann	Verhandl.d.Dt.Phys.Ges. 11, 28, 1909
(6)	Siemens	Meßgeräte für die Fernmeldetechn. Ausg. Juli 1936, S. 119
(7)	Druckschrift der Firma Stabilovolt	Stabilisierte Stromquellen, 4. Ausg.
(8)	H. Kruse und O. Zinke	Zeitschr.f.Hochfrequenztechn.u. Elektroak. 44, 195, 1934.

Lebenslauf

Am 1. März 1910 wurde ich als Sohn des Polizeibeamten Arthur von K i l i n s k i und seiner Ehefrau Ella, geb. Tramp, in Memel geboren. Die Reifeprüfung bestand ich an der Potsdamer Oberrealschule Ostern 1929. Ich begann an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin Physik, Mathematik und Chemie zu studieren. Gelegentlich hörte ich auch an der Technischen Hochschule zu Berlin Vorlesungen. Im Juni 1936 bestand ich das wissenschaftliche Staatsexamen für das Lehramt an höheren Schulen. Seit November 1936 war ich mit der Anfertigung der vorliegenden Arbeit beschäftigt.

Meine Lehrer waren die Herren Professoren: Nernst, Wehnelt, Hettner, Czerny, Fassbender, Erhard Schmidt, Bieberbach, Feigl, Marckwald und Metzner.

Herstellung: V D I - Verlag G.m.b.H., Berlin NW 7.